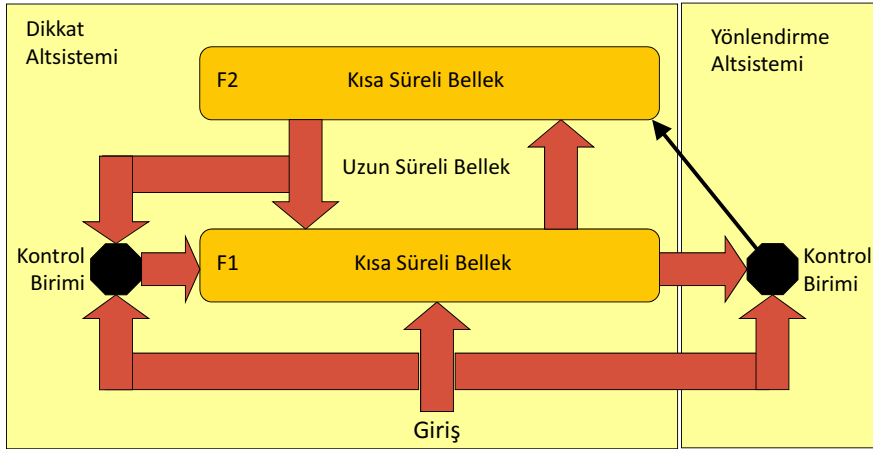


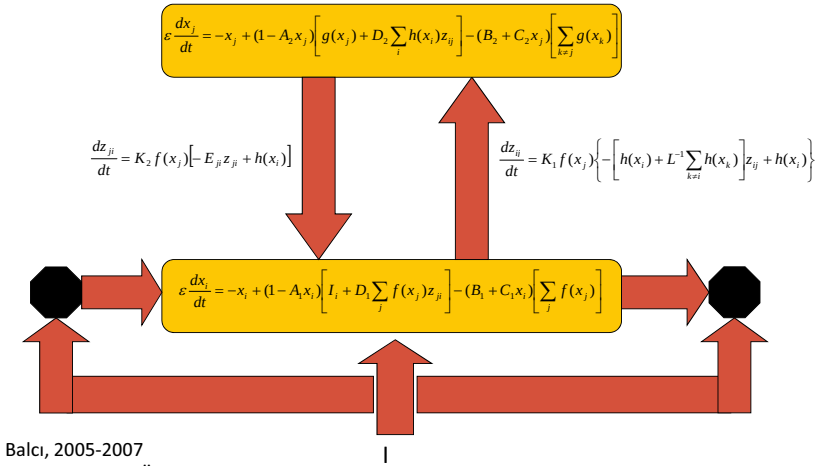
ART nasıl çalışıyor?



Mete Balcı, 2005-2007
Nevroz Aslan, Bitirme Ödevi, 2003

1

Tüm bunlar nasıl yapılıyor?



Mete Balcı, 2005-2007
Nevroz Aslan, Bitirme Ödevi, 2003

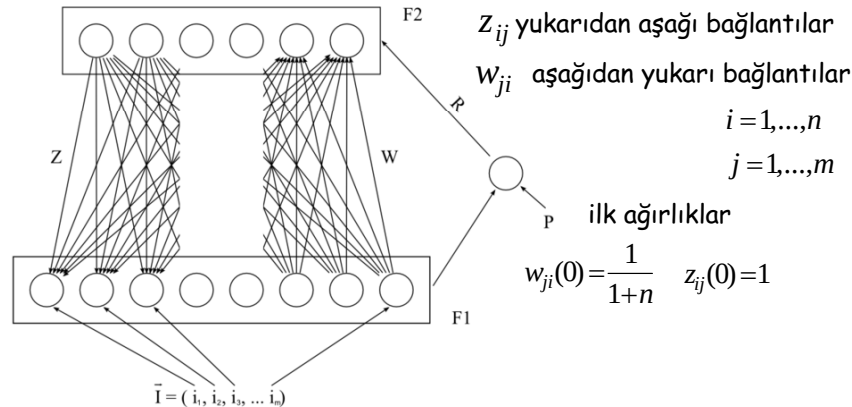
2

ART -1

Amaç: Verilen örüntüleri önceden belirlenmiş benzerlik kıstasına göre öbekleme, gerekirse yeni öbekler oluşturma

Verilenler: n boyutlu p tane vektör benzerlik kıstası "uyanıklık" katsayısı
 $x_i \in \{0,1\}^n$ $\{x_k\}_{k=1}^p$ ρ

Ağ Yapısı:



<http://en.wikipedia.org/wiki/File:ART.png>

3

Öğrenme Kuralı:

x için kazananı belirle

$$y_j = w_j^T x \quad j = 1, \dots, m$$

$$y^* = \max_j(y_j)$$

F₁ katmanındaki gösterim (w) ile veri (x) 'nin benzerliğinin ölçüsüne "uyanıklık" (ρ) değerine göre karar veriliyor.

$$\frac{z^T x}{\|x\|} > \rho \text{ ise kazanan aşağıdan yukarıya ağırlık (w) güncelleniyor}$$

Kazananı belirlemek için hangi ağırlık kullanılıyor? Hangi ağırlık güncelleniyor?

Ağırlıkların Güncellenmesi:

$$z_{ij}(k+1) = z_{ij}^*(k)x_j$$

$$w_{ji}(k+1) = \frac{z_{ij}^*(k)x_j}{0.5 + z_{ij}^*(k)x_j}$$

Kazanan uyanıklık koşulunu sağlamıyorsa ne olacak?
 F₂ katmanına yeni örüntü yerleştirilecek. İlgili aşağıdan yukarı ağırlıklar, ilk ağırlık güncellenmesinde gibi belirlenecek, yukarıdan aşağı ağırlıklar yeni örüntünün değerleri olarak alınacak.

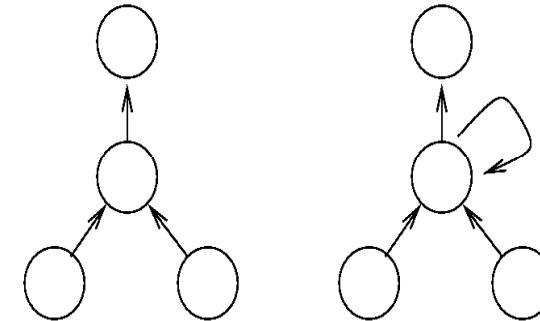
4

Örnek :

$$T = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}, \quad \rho = 0.7$$

5

Dinamik Yapay Sinir Ağı Modelleri Yinelemeli Ağlar (recurrent networks)



İleri yol

Geri besleme

<http://www.willamette.edu/~gorr/classes/cs449/rnn1.html>

6

Dinamik Sistem

Önce lineer dinamik sistemler hakkında bildiklerimizi hatırlayalım...

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), & x(t_0) &= x_0 \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned}$$

durum değişkeni $\dot{x}(t)$ ilk koşul $x(t_0) = x_0$
çıkış değişkeni $y(t)$ giriş değişkeni $u(t)$

Bu değişkenlere ilişkin başka neyi belirtmemiz gerek.....

$$x \in \dots\dots\dots y \in \dots\dots\dots u \in \dots\dots\dots$$

Bu sistemin çözümü.....

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$

7

Bir özel hal: $\dot{x}(t) = Ax(t)$ ← Otonom sistem

Çözümü bir daha yazarsak

$$x(t) = e^{\lambda_1(t-t_0)}S_1x_1(t_0) + e^{\lambda_2(t-t_0)}S_2x_2(t_0) + \dots\dots e^{\lambda_n(t-t_0)}S_nx_n(t_0)$$

özvektörler S_i
özdeğerler λ_i

Çözüm, özvektörler ve özdeğerler ile nasıl değişir

.....

8

Özvektörleri aynı özdeğerleri farklı iki sistem

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{11} &= -1 - 2i & \lambda_{21} &= -3 - 2i \\ \lambda_{12} &= -1 + 2i & \lambda_{22} &= -3 + 2i \end{aligned}$$

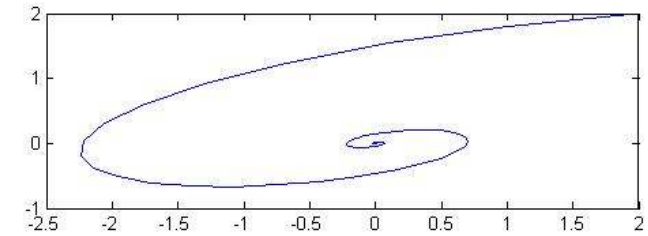
$$S_{11} = \begin{bmatrix} 0.9129 & \\ -0.1826 - 0.3651i & \end{bmatrix} \quad S_{21} = \begin{bmatrix} 0.9129 & \\ -0.1826 - 0.3651i & \end{bmatrix}$$

$$S_{12} = \begin{bmatrix} 0.9129 & \\ -0.1826 + 0.3651i & \end{bmatrix} \quad S_{22} = \begin{bmatrix} 0.9129 & \\ -0.1826 + 0.3651i & \end{bmatrix}$$

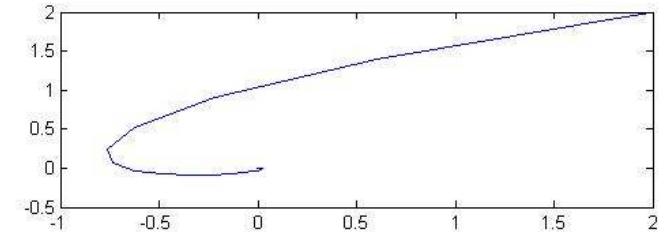
9

Hangisi daha hızlı sıfıra yaklaşıyor ?

A1 sistemi



A2 sistemi



10

Özdeğerleri aynı özvektörleri farklı iki sistem

$$B_1 = \begin{bmatrix} -0.2 & -5 \\ 1 & -0.3 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} -0.2 & -1 \\ 5 & -0.3 \end{bmatrix}$$

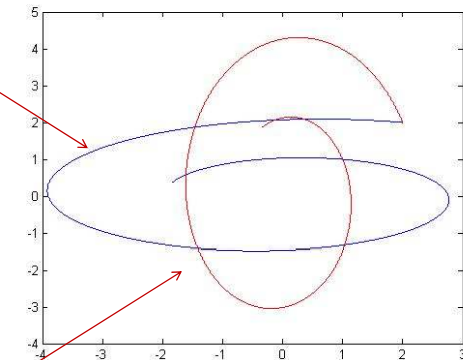
$$\begin{aligned} \lambda_{11} &= -0.25 + 2.235i & \lambda_{21} &= -0.25 + 2.235i \\ \lambda_{12} &= -0.25 - 2.235i & \lambda_{22} &= -0.25 - 2.235i \end{aligned}$$

$$S_{11} = \begin{bmatrix} 0.9125 & \\ 0.0051 + 0.4081i & \end{bmatrix} \quad S_{21} = \begin{bmatrix} 0.0051 + 0.4081i & \\ 0.9125 & \end{bmatrix}$$

$$S_{12} = \begin{bmatrix} 0.9125 & \\ 0.0051 - 0.4081i & \end{bmatrix} \quad S_{22} = \begin{bmatrix} 0.0051 - 0.4081i & \\ 0.9125 & \end{bmatrix}$$

11

B1 sistemi

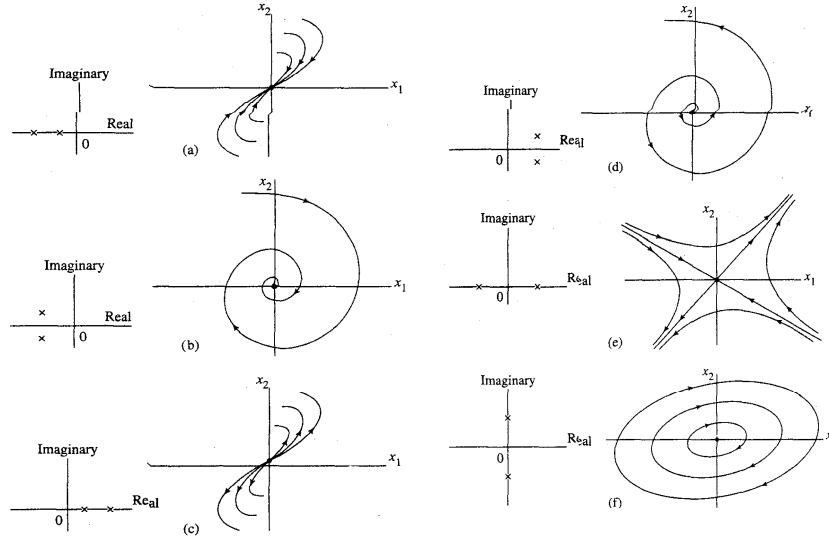


B2 sistemi



12

Bu durumda lineer sistemin çözümleri neler olabilir?



Tüm bu durum portrelerinde ortak bir şey var, ne?

13

Dinamik sistemin özel bir çözümü: Denge noktası

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) \rightarrow 0 = Ax_d \\ \dot{x}(t) &= f(x(t)) \rightarrow 0 = f(x_d) \end{aligned} \quad \text{Kaç tane denge noktası olabilir?}$$

Sistemin davranışını incelemenin bir yolu kararlılığını incelemektir.

Tanım: Lyapunov anlamında kararlılık

$\dot{x}(t) = f(x(t))$ sistemine ilişkin bir denge noktası x_d olsun. Verilen herhanai bir $\varepsilon > 0$ için

$$\|x(0) - x_d\| < \delta(\varepsilon)$$

eşitsizliği

$$\|x(t) - x_d\| < \varepsilon$$

eşitsizliğini gerektirecek şekilde bir $\delta(\varepsilon)$ bulunabiliyorsa x_d denge noktası Lyapunov anlamında kararlıdır.

Lineer sistemlerde denge noktasının Lyapunov anlamında kararlılığını incelemek için ne yapılıyor?

Denge noktasının kararlılığı neye denk, neden?

14

Lineer sistem modeli neden yetersiz?

"Virtually, all physical systems are nonlinear in nature."

M. Vidyasagar

sonlu kaçış zamanı
çoklu yalıtılmış denge noktası
limit çevrim
altharmonik, harmonik ve neredeyse periyodik çözümler
kaos
çoklu davranış

Neden hep lineer sistemler ele alınıyor?

"... not to produce the most comprehensive descriptive model
but
to produce the simplest possible model that incorporates the major features of the phenomenon of interest."

Howard Emmons

15

Lyapunov anlamında kararlılığı incelemenin bir yöntemi nedir?

2. Yöntem
(Dolaysız)

1. Yöntem
(Dolaylı)

Lyapunov'un 2. yöntemi

Tanım: Lyapunov Fonksiyonu

$$V(x) \text{ Lyapunov Fonksiyonudur} \Leftrightarrow V(x) \in C^1$$

$$V(x) > 0, \quad \forall x \in B_r(x_d)$$

$$V(x_d) = 0$$

16