

UYGULAMALI YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI DERSİ

Konu: Lineer programlama (maksimum kar minimum maliyet)

ÖRNEK : 1

A kargo firmasının 10000 TL sermayesi vardır. Firma, paranın bir kısmı ile ofis ve bir kısmı ile de kargo dağıtım kamyonları alacaktır. Satın alınan her ofisten elde edilen kar 1600 TL ve her kamyonla elde edilen kar ise 1200 TL 'dir. Her ofisin satın alma fiyatı 600 TL ve kamyonların satın alma fiyatı ise 400 TL 'dir. Satın alınabilecek ofis maksimum 20 ve 40 kamyonur.

- Problemi doğrusal bir programlama modeli olarak çözün.

1600 x: Satın alınan ofis sayısından elde edilen kar

1200 y: Satın alınan kamyonlardan elde edilen kar

Amaç fonksiyonu:

$$\text{Max } Z = 1600x + 1200y$$

Kısıtlar:

$$1) 600x + 400y \leq 10000$$

$$2) X \leq 20$$

$$3) Y \leq 40$$

$$4) X \geq 0, Y \geq 0$$

ÇÖZÜM

$$A: \{6x+4y=100 \rightarrow X=20$$

$$4y=20$$

$$y=5$$

$$A: (20, 5)$$

$$B: \{6x+4y=100 \rightarrow x=40$$

$$4y=140$$

$$y=35$$

$$B: (40, 35)$$

$$\text{Max } Z = 1600x + 1200y$$

$$A: \text{Max } Z = 1600 (20) + 1200(5) = 32000+6000 \\ = 38000$$

$$B: \text{Max } Z = 1600(40) + 1200(35) = 64000+42000 \\ = 106000$$

$$\text{Max } Z = 106000 \text{ TL}$$

ÖRNEK: 2

Ali, Mehmet ve Hasan bir fabrikada çalışmaktadırlar. Yaptıkları 3 farklı işten maaşlarının yanı sıra performans primi de almaktadırlar. İşçilerden her biri farklı performans gösterdiğinden farklı primler almaktadırlar. İşçiler en yüksek primi elde etmeleri için hangi işleri yapmalıdır? (maksimum)

İŞÇİLER	İŞLEREN ALDIKLARI PRİMLER		
	Torna	Montaj	Kalite Kontrol
Ali	17	12	10
Mehmet	11	9	15
Hasan	13	14	5

İŞÇİLER	İŞLEREN ALDIKLARI PRİMLER		
	Torna	Montaj	Kalite Kontrol
Ali	0	5	7
Mehmet	4	6	0
Hasan	1	0	9

İŞÇİLER	İŞLEREN ALDIKLARI PRİMLER		
	Torna	Montaj	Kalite Kontrol
Ali	0	5	6
Mehmet	4	7	0
Hasan	1	0	2

Atama olmuş mudur?

Ali

Torna

Mehmet

Montaj

Hasan

Kalite Kontrol

işlerini yaparlarsa en yüksek primi alırlar.

Max. Kazanç=17+15+14=46

ÖRNEK : 3

Bir kargo firması 3 merkezden 4 dağıtım birimine ürün taşımaktadır. Talep ve arz değerleri tabloda gösterilmiştir.

Buna göre minimum maliyetle taşıma miktarlarını bulunuz.

DAĞITIM BİRİMLERİ MERKEZLER	DB1	DB2	DB3	DB4	ARZ
M1	10	8	5	4	12
M2	12	6	10	2	43
M3	4	14	9	15	5
TALEP	10	22	13	15	

ÇÖZÜM 1. KUZEYBATI YÖNTEMİ

İŞLEME BİRİMLERİ MERKEZLER	B1	B2	B3	B4	ARZ
M1	10	8	5	4	12
M2	12	6	10	2	43
M3	4	14	9	15	5
TALEP	10	22	13	15	

$$\begin{aligned}\text{Min } Z &= 10 \cdot 10 + 2 \cdot 8 + 20 \cdot 5 + 10 \cdot 13 + 2 \cdot 10 + 15 \cdot 5 \\ &= 100 + 16 + 100 + 130 + 20 + 75 \\ &= 441 \text{ birim}\end{aligned}$$

LAGRANGE YÖNTEMİ

ÖRNEK: 4

12 m² profil demirden üstü ve önü açık olacak şekilde dikdörtgenler prizması şeklinde bisiklet ve scooter park elemanları yapılacaktır. Yapılacak park elemanlarının maximum hacmini lagrange yöntemi kullanarak hesaplayınız.

Çözüm:

$$\text{Dikdörtgenler prizmasının hacmi} = 2(xy+xz+yz)$$

$$V = xyz \text{ fonksiyonunu}$$

$$g(x, y, z) = 2xz + yz + xy = 12 \text{ kısıtlaması altında maksimumunu bulmak istiyoruz.}$$

Lagrange çarpanlarını kullanarak $\nabla V = \lambda \nabla g$ ve $g(x, y, z) = 12$ sağlanacak şekilde x, y, z ve λ değerlerini ararız.

$$V_x = \lambda g_x, V_y = \lambda g_y, V_z = \lambda g_z, 2xz + yz + xy = 12 \text{ denklemlerini verir.}$$

Bunlar;

$$F(x,y,z,\lambda) = xyz + \lambda (2xz+yz+xy-12)$$

$$F_x = yz + \lambda (2z+y)$$

$$\begin{aligned}F_y &= xz + \lambda (z+x) \\F_z &= xy + \lambda (2x+y) \\F_\lambda &= 2xz+yz+xy-12\end{aligned}$$

Türevleri alındığında yukarıdaki denklemler çıkar. Buradan;

$$\begin{aligned}F_x = \lambda &= -yz/2z+y \\F_y = \lambda &= -xz/z+x \\F_z = \lambda &= -xy/2x+y \\F_\lambda = \lambda &= 2xz+yz+xy=12\end{aligned}$$

Buradan bütün çarpanlar λ ' ya eşitlenir ve eşitliklerden;

$$\begin{aligned}1) -yz/2z+y &= -xz/z+x \\&= -yz^2-xyz=-2xz^2-xyz \\&= 2x=y \text{ olur.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2) -yz/2z+y &= -xy/2x+y \\&= -2xyz-y^2z=-2xyz-xy^2 \\&= z=x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3) -xz/z+x &= -xy/2x+y \\&= -2x^2z-xyz = -xyz-x^2y \\&= 2z=y \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Buradan; $2z=2x=y$

$$\begin{aligned}F_\lambda = 2xz+yz+xy &= 12 \text{ fonksiyonunda yerine konulur.} \\2z^2+2z^2+2z^2 &= 12 \\6z^2 &= 12\end{aligned}$$

$$Z^2=2 \quad y^2=8 \quad x^2=2$$

Buradan;

$$\begin{aligned}x.y.z &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} \\&= 4\sqrt{2} \text{ olarak bulunur.}\end{aligned}$$