

Hazırlayan:

- Muhammed ERKUŞ

- 20047095

Sunan:

- Sefer Ekrem
ÇELİKBİLEK

- 20043193

FİBONACCİ SAYILARI ve ALTIN ORAN

Fibonacci Kimdir?



Leonardo
Fibonacci
(1175-1250)

Pisalı Leonardo Fibonacci Rönesans öncesi Avrupa'nın en önde gelen Matematikçisidir. Fibonacci için, "Matematik'i Araplardan alıp, Avrupa'ya aktaran kişi" denilebilir. İlk ve en iyi bilinen kitabı Liber Abacidir.

Leonardo Fibonacci, Arap Matematik'ini kullanışlı Hindu-Arap sayılarını Batı'ya tanıtmakla çok büyük bir katkıda bulundu. Ancak ilginçtir, çağımız matematikçileri Fibonacci'nin adını daha çok, Liber Abaci'de yer alan bir problemde ortaya çıkan bir sayı dizisi nedeniyle bilirler.

PEKİYA NEDİR BU FIBONACCI DİZİSİ?



Fibonacci'nin
Pisada bulunan
heykeli

- Liber Abaci'de yer alan problemin metni aşağı yukarı şöyle;
- **"Adamın biri, dört bir yanı duvarla çevrili yere bir çift tavşan koymuş. Her çift tavşanın bir ay içinde yeni bir çift tavşan verdikleri ve her yeni çiftin de erginleşmesi için bir ay gerektiği ve tavşanların ölmediği var sayılırsa, 100 ay sonunda dört duvarın arasında kaç çift tavşan olur?"**

- Biraz düşününce tavşan çiftlerinin aylara göre şöyle çoğalacağı ortaya çıkıyor:

- Aylar : 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- Çiftlerin sayısı: 1 1 2 3 5 8 13 21 34

- Bu diziye baktığımız zaman onun basit bir kurala dayanarak oluşturulduğunu görebiliriz. Bu kuralı sözcüklerle ifade edersek; her sayı (ilk ikisi dışında) kendisinden önce gelen iki sayının toplamından oluşmuştur.

- $1+1=2$, $2+3=5$, $3+5=8$, $5+8=13$ $8+13=21$

- $,13+21=34$ $89+144=233$ gibi.

FIBONACCI DİZİSİ

- 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 ... şeklinde devam eder. Diziyi daha
- Matematiksel olarak şöyle tanımlayabiliriz:
- $a(1)=1$ ve $a(2)=1$ başlangıç değerleri ve
- $a(n)-a(n-1)-a(n-2)=0$ indirgeme bağıntısı ile tanımlı diziye Fibonacci dizisi denir. Ve karakteristik denklem;

$\lambda^2 - \lambda - 1 = 0$ olmak üzere karakteristik denklem kökleri

- $\lambda_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, $\lambda_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ olarak bulunur.

Dizinin Genel Terimi

- $a(n) = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$
- biçimindedir. Başlangıç değerlerinden;

$$\begin{cases} A_1 \frac{1+\sqrt{5}}{2} + A_2 \frac{1-\sqrt{5}}{2} = 1 \\ A_1 \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^2 + A_2 \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^2 = 1 \end{cases}$$

- denklem sistemi yazılır. Denklem sisteminin çözülmesiyle;

$$A_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ ve } A_2 = -\frac{1}{\sqrt{5}} \text{ elde edilir.}$$

Fibonacci Dizisinin Genel Terimi

$$a(n) = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$$

şeklinde bulunur.

- Fibonacci'nin kendisi,
- 1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21 , ...
- dizisi üzerinde bir inceleme yapmamıştır. Hatta bu dizi üzerinde ondokuzuncu yüzyılın başlarına kadar ciddi bir araştırma yapılmadığı da belirtilmektedir. Ancak bundan sonra bu dizi üzerine yapılan araştırmaların sayısı Fibonacci'nin tavşanlarının sayısı gibi artmıştır.

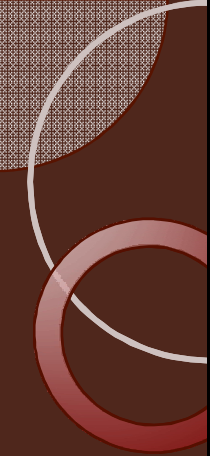
Tribonacci

- Fibonacci dizisinde olduğu gibi,
- $a(n)=a(n-1)+a(n-2)$

indirgeme bağıntılı ve herhangi $a(1), a(2)$ başlangıç değerli genelleştirilmiş Fibonacci dizileri,

$$a(n)=a(n-1)+a(n-2)+a(n-3)$$

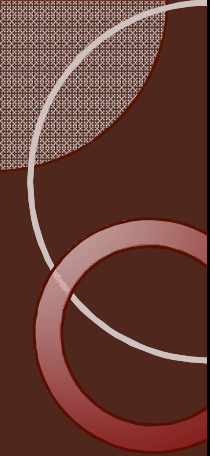
indirgeme bağıntılı $a(1), a(2), a(3)$ başlangıç değerli *tribonacci dizileri* gibi genellemeler yapılmıştır.

- 
- Neyse her halde sorumuzun cevabını merak ediyorsunuz... İşte cevap... Bakın bakalım, kaç tavşan oluşurmuş 100 ayda???

- CEVAP --->>>

354.224.848.179.261.915.075

- TANE TAVŞAN OLUŞUR....Birazcık fazla galiba 😊

- 
- Fibonacci sayıları ailesi, üç ayrı nedenle yüzyıllardan bu yana yoğun bir ilgi odağı olmuştur: Birincisi, dizinin daha küçük üyelerinin doğada, beklenmedik yerlerde tekrar tekrar karşımıza çıkmasıdır. İkinci neden, oranların limit değeri olan 1,618033989 sayısının çok önemli bir sayı olmasıdır; çoğu kez altın oran olarak adlandırılan bu sayının, oyun kartlarının biçiminden Eski Yunan sanatı ve mimarisine kadar birçok şeyin matematiksel temelini oluşturduğu görülmektedir. Üçüncüsü daha çok, sayıların kendilerinin, sayılar teorisinde beklenmedik biçimde farklı birçok kullanımı olan ilginç özellikleriyle ilgilidir.

Altın Oran

Fibonacci sayılarının ilginç bir özelliği vardır. Dizideki bir sayıyı kendinden önceki sayıya böldüğünüzde birbirine çok yakın sayılar elde edersiniz. Hatta serideki 13. sırada yer alan sayıdan sonra bu sayı sabitlenir. İşte bu sayı "altın oran" olarak adlandırılır.

- ALTIN ORAN = 1,618

$$233 / 144 = 1,618$$

$$377 / 233 = 1,618$$

$$610 / 377 = 1,618$$

$$987 / 610 = 1,618$$

$$1597 / 987 = 1,618$$

$$2584 / 1597 = 1,618$$

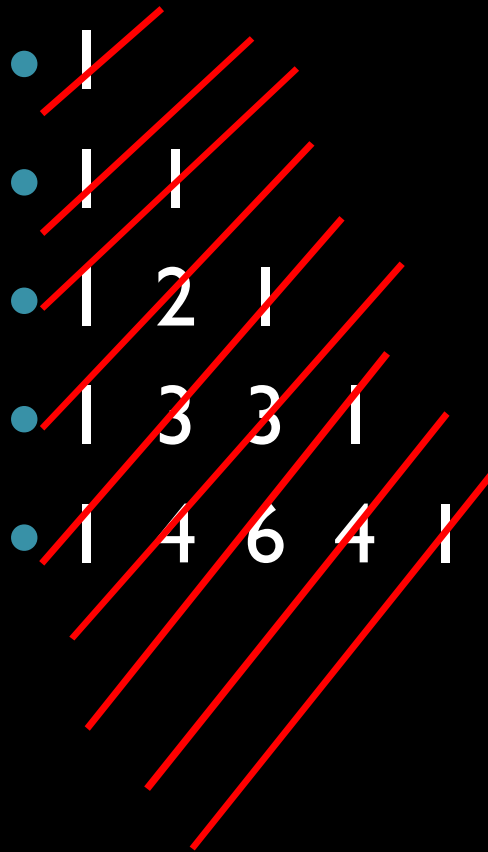
FIBONACCI DİZİSİ ve ALTIN ORANIN GÖRÜLDÜĞÜ YERLER



Eğer bir papatyanın ve ya bir ayçiçeğinin çiçek kısmını büyütseydiniz muhtemelen yandaki resme benzer bir görüntü elde edersiniz.

Eğer şekildeki modelde, saat yönünde olan ve saat yönünde olmayan sarmalları sayarsanız, 21 ve 34 sayılarını elde edersiniz ki bu sayıların oranı altın oran olan ϕ sayısına eşittir.

Ömer Hayyam veya Binom Üçgeninde



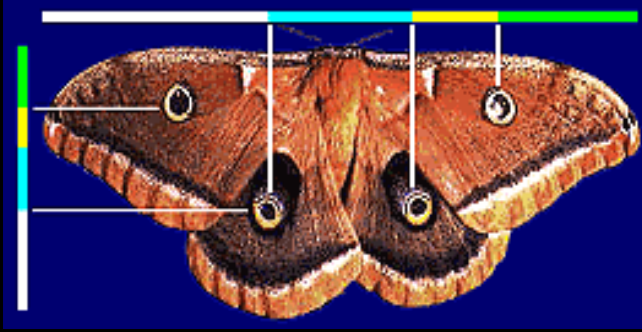
Ömer Hayyam üçgenindeki tüm katsayılar veya terimler yazılıp çapraz toplamaları alındığında Fibonacci Dizisi ortaya çıkar.

Mimar Sinan'ın eserlerinde

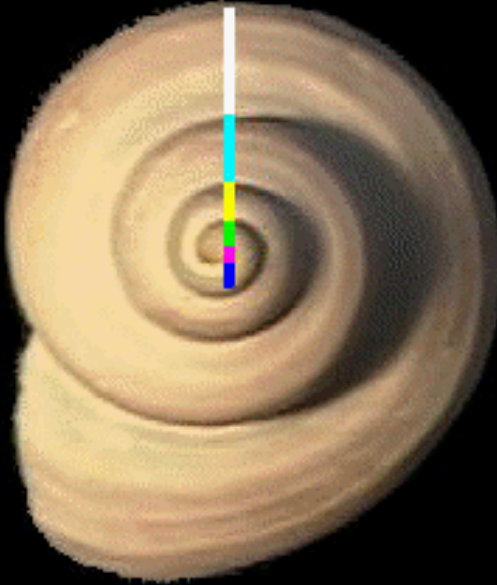


- Mimar Sinan'ın da bir çok eserinde bu altın oran görülmektedir. Mesela Süleymaniye ve Selimiye Camileri'nin minarelerinde bu oran görülmektedir Türk mimarisi ve sanatı da altın orana ev sahipliği yapmıştır: Konya'da Selçukluların inşa ettiği İnce Minareli medresenin taç kapısı, İstanbul'daki Davut Paşa Camisi, Sivas'ta Mengüçoğulları'dan günümüze miras kalan Divriği Külliyesi bunlardan sadece birkaçı.

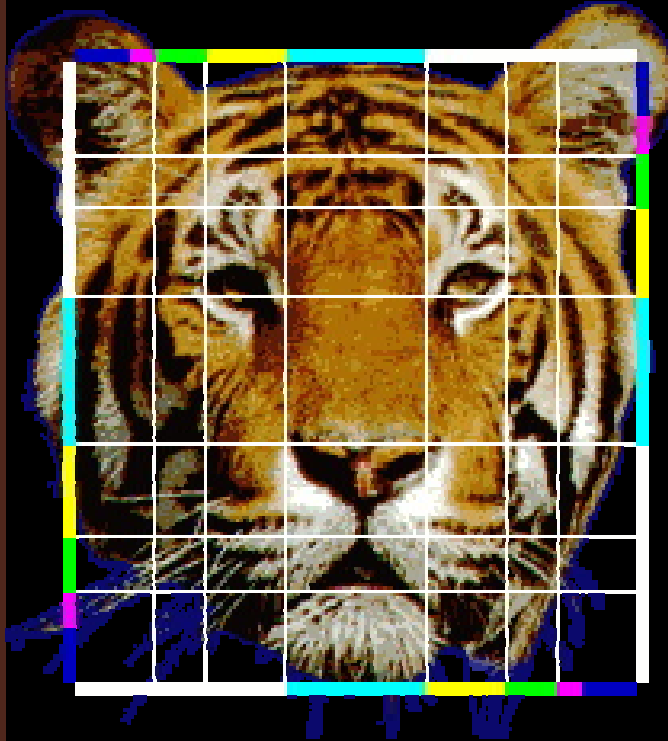
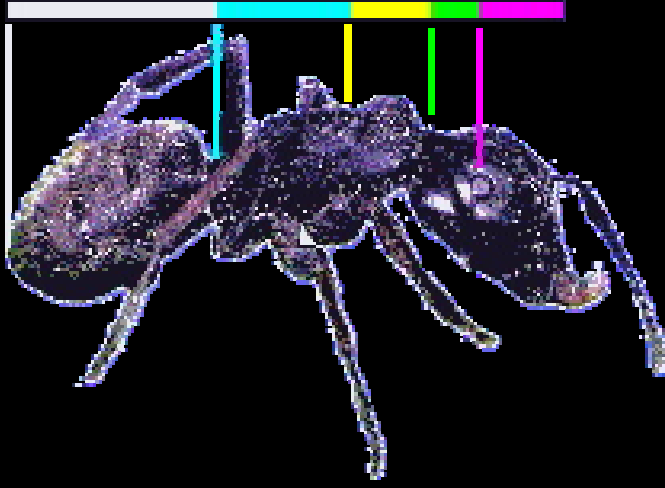
Ve ...



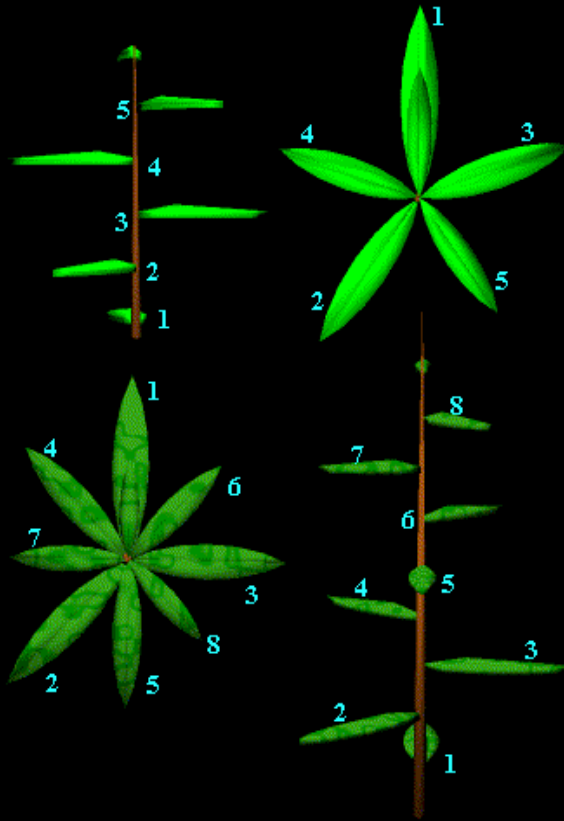
Şekildeki kelebeğin hem eninde hem boyunda gösterilen delikler arasında altın oran görülmektedir.



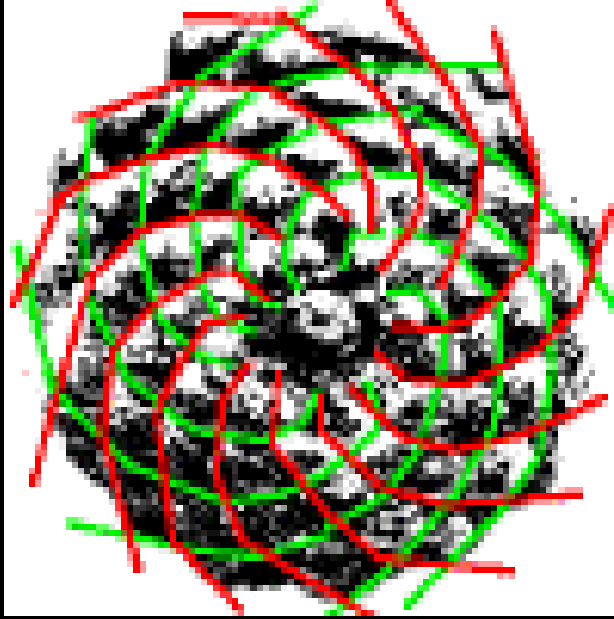
Şekildeki deniz kabuğunda farklı renklerle gösterilmiş bölgelerdeki altın oranı fark edebildiniz mi?



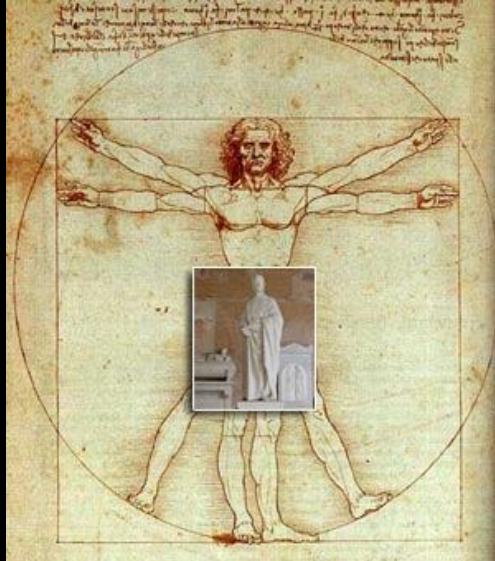
- Şaşırtıcıdır ki karıncalarda da bu orana rastlanır resimde görünen organaller arasındaki oranlar altın orandır. pembenin yeşile sarının yeşile ... oranları altın orandır.
- Kaplanın yüz kesiti genişlik ve uzunluk oranları altın oranı verir.



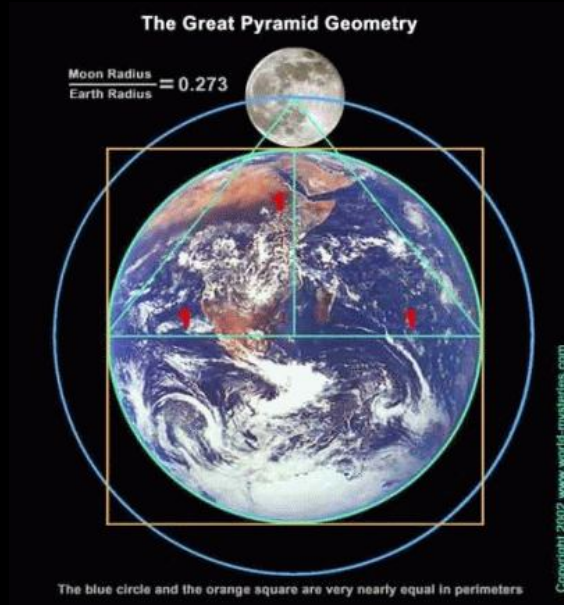
- Tütün Bitkisinin yapraklarının dizilişinde bir Fibonacci Dizisi söz konusudur; yani yaprakların diziliminde bu dizi mevcuttur. Bundan dolayı tütün bitkisi Güneş'ten en iyi şekilde güneş ışığı ve havadan en iyi şekilde Karbondioksit alarak Fotosentez'i mükemmel bir şekilde gerçekleştirir.



- Çam kozalağındaki taneler kozalağın altındaki sabit bir noktadan kozalağın tepesindeki başka bir sabit noktaya doğru spiraller (eğriler) oluşturarak çıkarlar. İşte bu taneler soldan sağa ve sağdan sola sayıldığında çıkan sayılar, Fibonacci Dizisi'nin ardışık terimleridir



- Leonardo da Vinci'nin insan vücudunda altın oranı gösteren tablosudur



- Evrende, yapısında altın oran barındıran birçok spiral galaksi bulunur.



- Kar Kristallerinde Altın Oran
- Ve daha sayamadığımız birçok yerde Fibonacci Sayılarına ve Altın Orana rastlamak mümkün.