1. GİRİŞ

Japonya'daki Senday Metrosu dünyanın en gelişmiş metrosu olarak kabul edilmektedir. Yaklaşık 14 KM boyunca 16 istasyonda duran tren o kadar yumuşak hareket etmektedir ki ayaktaki yolcular bile hareketten etkilenmezler. Bu metroda ayakta hiçbir yere tutunmadan kahvenizi rahatlıkla içebilirsiniz.

Bu sistemin temelinde <u>*Bulanık Mantık*</u> *(Fuzzy logic)* yatmaktadır.

Temelleri eski yunan felsefelerine dayanan, uygulamda ise Yapay Zekanın yönlendirici bir unsuru olan *Bulanık sistemler* (Fuzzy Systems) Aristoteles'ten günümüze gelişen klasik küme üyeliğine ve mantığınına karşı oluşturulmuş bir alternatiftir. Çok eskilere dayanan temellerine karşı göreceli olarak yeni bir bilim sahasıdır ve gelişimini sürdürmektedir.

Bulanık Mantığın Tarihçesi

Matematiğin doğruluğundaki ve bütünlüğündeki başarısında Aristoteles'in ve onun izinden giden düşünürlerin büyük katkısı olmuştur. Onların mantık teorisini oluşturma çabaları ile matematik gelişmiş ve "Düşüncenin Yasaları" oluşturulmuştur. Bu yasalardan biri her önermenin "Doğru" yada "Yanlış" olması gerektiğini öngörmüştür. Bu kavramı Perminedes ilk ortaya attığı zaman bile (yaklaşık M.Ö. 400) karşı görüşlerin oluşması uzun sürmedi. Heraclitus bazı şeylerin aynı anda hem doğru olmasının hem de doğru olmamasının mümkün olabileceğini savunmuştur.

Bulanık Mantığı oluşturacak temel düşünceyi Plato, "Doğru" ve "Yanlış'ın" iç içe girdiği üçünce bir durumu belirterek oluşturdu. Hegel ve Marx gibi modern düşünürler bu düşünceyi destekledi ancak ilk kez Lukasiewicz Aristoteles'in iki-değerli mantığına sistematik bir alternatif getirdi.

Lukasiewicz 1900'lerin başında 3. bir değer ortaya attı: "olası".
Lukasiewicz daha sonra 4., 5., 6. vs. gibi değerleri de oluşturdu ve "Doğru" ile yanlış arasında sonsuz farklı değerler atanabileceğini gösterdi. Lukasiewicz ve onu izleyen diğer matematikçiler bu değerleri nümerik olarak ifade etmiş olsalarda , 1965 yılında Lotfi A. Zadeh, bu değerleri [0.0, 1.0] aralığındaki sayılarla ifade ettiği teorisini "Bulanık Mantık" adlı çalışmasında tanımlayana dek, sonsuz-değerli mantık uygulamada başarılı olamamıştı.

Mantığın cebiri için yeni teoremler öne atılmıştır ve en azından klasik mantığın bir şeklinde sistemleştirilmiştir. Bu çalışmada işte bu teorinin temel unsurlarını ve uygulamalarını görücez.

2. BULANIK SİSTEMLER

2.1 Giriş

Komplex sistemleri basitleştirmenin bir yolu belli oranda hassassızlığa (imprecision) , belirsizliğe (vagueness) ve kesinsizliğe (uncertainity) tahammül etmektir. Tabi ki ortaya çıkan sonuçlar mükemmel değildir ama çoğu kez modelleme problemini çözerler.

Belirsizliği ifade etmak için şu örneği verebiliriz: “Mehmet yaşlıdır” .
Bu cümlenin anlamı bize Mehmetin yaşını tam olarak ifade etmez. Bir belirsizlik söz konusudur. “Mehmet 50-55 yaşlarındadır” cümlesinde ise bir “ hassassızlık” durumu vardır. Kesinsizlik ise olasılık kavramının bir getirisidir. Şans oyunlarında kesinsizlik söz konusudur.

Bu üç durum beraber de karşımıza çıkabilir:
Bir araba kümesinden seçilen bir arabanın (kesinsizlik) hızı bir gözlemci tarafından (hassassızlık) ölçülmüştür ve hızlı bir araba olarak sınıflandırılmıştır. (belirsizlik)

2.2 Bulanık Küme Teorisi ve Maddeleri

2.2.1 Bulanık Kümeler

2.2.1.2 Temel kavramlar

İki değerli mantıkla iki mutlak sonucu “0” ve “1” olarak, sonsuz değerli mantıkta sonuçları [0.0, 1.0] aralığında tanımlayabileceğimizi belirtmiştik. Bu değerlere “*üyelik derecesi”* denir. “0” mutlak “yanlışlığı”, “1” ise mutlak “doğruluğu” gösterir. Bu üyelik derecesi daha önce bahsettiğimiz belirsizliği tanımlamaya çalışan bir fonksiyonla ölçülebilir. Bu fonksiyon bir **A** Bulunak Kümesinin elamanlarını [0,1] aralığındaki reel bir değere dönüştürür. Aşağıdaki şekilde gösterilir.

$$\mu_{\mathbf{A}}(x) \in [0,1]$$

Tanım 1: X boş olmayan bir küme olsun. X'deki bir Bulanık **A** kümesi üyelik fonksiyonu

$$A: X \rightarrow [0,1]$$

ile özelleştirilmiştir. $\forall\, x \in X$ için; x'in üyelik derecesi **A**(x) olarak yorumlanmıştır. ($\mu_{\mathbf{A}}$ olarak da gösterilebilir)

Çalışılan X evreni kesin ve sınırlı olduğu zaman **A** kümesi sembolik olarak aşağıdaki gibi gösterilir:

$$\mathbf{A} = \left\{ \frac{\mu_{\mathbf{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\mathbf{A}}(x_2)}{x_2} + \ldots\ldots\ldots \right\} = \left\{ \sum_i \frac{\mu_{\mathbf{A}}(x_i)}{x_i} \right\} \quad i = (1,..)$$

X evreni sürekli ve sınırsız ise **A** kümesi

$$A: \left\{ \int \frac{\mu_{\mathbf{A}}(x)}{x} \right\}$$

ile gösterilir. Bu gösterimdeki cebirsel semboller cebirsel anlamlarıyla kullanılmazlar. Örneğin "+" toplam anlamında değil teorik olarak birleşme anlamındadır.

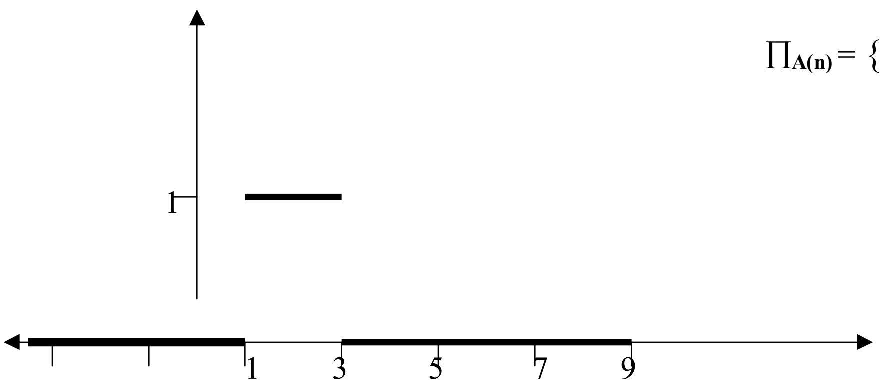
Konuya aşağıdaki örneklerle yaklaşalım:

Örnek 1.

$Z = \{ n \in N \mid$ tek basamaklı sayılar$\}$

$A = \{ n \in N \}$

$$\Pi_{A(n)} = \begin{cases} 1 & \text{5-8 arası} \\ 0 & \text{diğer haller} \end{cases}$$

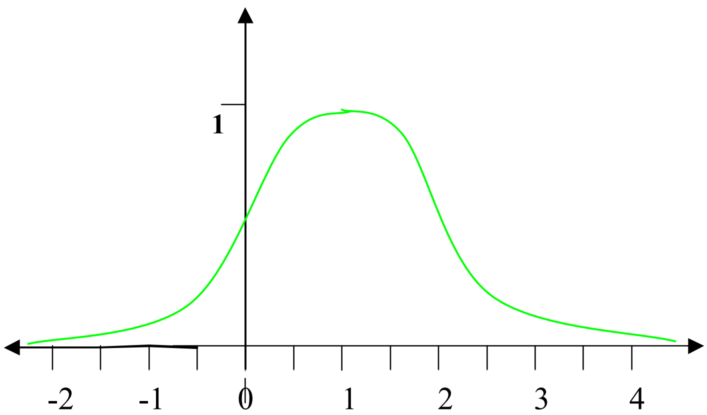


Şekil 1. [5-8] aralığının karakteristik fonksiyonu

Örnek 2.

Çoğu zaman örnek 1'den farklı olarak sınırları kesin olarak belirleyemediğimiz durumlar ortaya çıkabilir.

"1'e yaklaşan" real sayıların bulanık kümesinin üyelik fonksiyonunu aşağıdaki gibi tanımlanabilir:



Şekil 2. "1!e yaklaşan sayıların üyelik fonksiyonu"

Yukardaki önerme için uygun fonksiyonlardan biri Gaussian eğrisidir (çan eğrisi):

$$\mu_{a,m}(x) = e^{-a(x-m)^2} \quad a>0,\ m \in \mathrm{R}$$. Bu örnekte m=1 dir.

Eğer özel olarak "1' yaklaşan doğal sayılar" için bir küme tanımlamak istersek, bunu aşağaıdaki şekilde ifade edebiliriz

$$A= \{ 0.0/-2 + 0.3/-1 + 0.6/0 + 1.0/1 + 0.6/2 + 0.3/3 + 0.0/4 \}$$

Not 1: Real sayıların kümesi *sürekli* iken doğal sayıların kümesinin *kesikli* olduğuna dikkat ediniz.

Not 2: Bu örnekte Gaussian eğrisi keyfi olarak seçilmiştir. Örneğe uygun başka bir fonksiyonda seçilebilirdi. Fonksiyon şu koşulları sağlamalıdır:

- fonksiyon x=1'ye göre simetrik olmalıdır.
- A(1)=1 ve diğer tüm $x \in X$ için A(x)< 1
- A(x) 1'den 0'a |x-1| artan farkı ile monoton olarak azalmalıdır.

Açıkca görülmektedir ki bulanık kümelerin kullanışlılığı büyük oranda bizim, farklı kavramlara uygun üyelik derecesi fonksiyonlarını oluşturabilme becerimize dayanmaktadır. Bu beceri, bulanık kümeler teorisinin ilk zamanlarında zayıf olsada, günümüzde birçok alanda gelişmiştir. En sık kullanılan fonksiyonlar kolaylık açısından “üçgen” ve “yamuktur”.

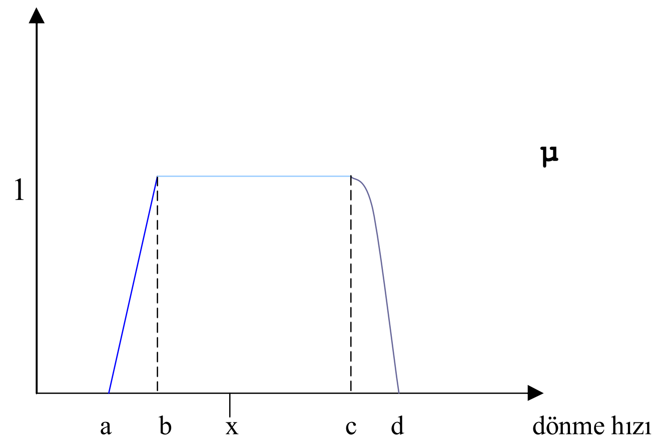
<u>Örnek 3.</u>

x bir sabit disk’in bir dakikadaki dönme hızı olsun. x hiçbir zaman çok hassas bir şekilde ölçülemeyeceği için bu durumda şu önermeyi yapmak daha gerçekçi olur:

“Dönme hızı nerdeyse tam olarak x ‘e eşittir.” (1)

Eğer sabit diskin işlevi hakkında istatistiksel veriler mevcutsa, olasılık teorisi yaklaşımları ile bilinen hata hesplamaları kullanılarak (1) önermesi modellenmelidir.

Eğer böyle bir veri yoksa yada yeterince hassas değilse bulanık kümelere geçilebilir çünkü bulanık kümeler genellikle uzmanlar tarafından sezgisel biçimde belirlenebilir.



Şekil 3. Bir sabit diskin dönme hızını belirten μ bulanık kümesi

Uzmanın şekil 3’teki μ bulanık kümesini seçtiğini varsayalım. Bu durumda dönme hızının *a*’dan küçük ve *d*’den büyük olamayacağı ve *b* ile *c* arasında herhangi bir değer almasının nerdeyse kesin olacağı düşünülmüştür. Bu nedenle [a,d] aralığı kümenin *desteği(support)* ve [b,c] aralığıda *özü(core)* olarak adlandırılır.

Tanım 2 (destek): **A** X'in bir bulanık kümesi olsun. **A'**nın desteği, supp(**A**), X'in elamanları sıfır olmayan bir alt kümesidir.

$$Supp(\boldsymbol{A}) : \{x \in X, A(x) > 0\}$$

Tanım 3 (normal bulanık küme): Eğer herhangi bir $x \in X$ için **A**(x)=1 oluyorsa **A** bulanık kümesine *normal* denir. Aksi halde *subnormal'*dir.

Tanım 4 (bulanık kümenin yüksekliği): **A** bulanık kümesinin en büyük üyelik derecesine o kümenin yüksekliği denir.

$$h(\mathbf{A}) = \sup_{x \in X} \mathbf{A}(x)$$

Tanım 5 (α-kesiti): X de tanımlı bir **A** bulanık kümesi ve $\alpha \in [0,1]$ verilsin. *α-kesiti*, ${}^{\alpha}\mathbf{A}$, ve *güçlü α-kesit*, ${}^{\alpha+}\mathbf{A}$, aşğıdaki gibi tanımlanmış keskin kümelerdir:

$$^{\alpha}\mathbf{A} = \{ x \mid A(x) \geq \alpha\}$$
$$^{\alpha+}\mathbf{A} = \{ x \mid A(x) > \alpha\}$$

Tanım 5'te ifade edilen α-kesitleri aşağıdaki örnekte incelenmiştir.

Örnek 4

Genç, orta yaşlı ve yaşlı insan kavramını temsil eden [0,80] aralığında tanımlı üç bulanık küme göz önüne alalım: sırasıyla A_1, A_2 ve A_3.

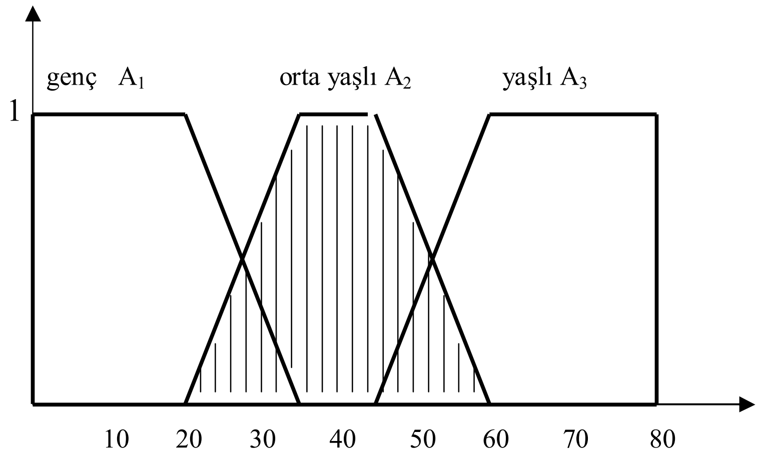
$$A_1(x) = \begin{cases} 1 & x \leq 20 \\ (35-x)/15 & 20 < x \leq 35 \\ 0 & x \geq 35 \end{cases}$$

$$A_2(x) = \begin{cases} 0 & x \le 20 \text{ veya } x \ge 60 \\ (x-20)/15 & 20 < x < 35 \\ (60-x)/15 & 45 < x < 60 \\ 1 & 35 \le x \le 45 \end{cases}$$

$$A_3(x) = \begin{cases} 1 & x \le 20 \\ (35-x)/15 & 20 < x \le 35 \\ 0 & x \ge 35 \end{cases}$$

A_2 fonksiyonunun mümkün bir kesikli aproksimasyonu (discrete approximation), D_2, şekil 4'te ve sayısal değerleri tablo 1'de gözükmektedir. Bu aproksimasyonlar bulanık kümelerinin bilgisayar gösterimlerinde sıkça kullanılır.

Bulanık kümelerin en önemli kavramlarından biri ***α-kesit*** ve varyantı **güçlü *α-kesit'***tir.



Şekil 4. Genç, orta yaşlı ve yaşlı kavramlarını temsil eden üyelik fonksiyonları. A_2'nin kesikli aproksimasyonu gösterilmiştir. (D_2)

Tablo 1.

x	$D_2(x)$
$x \notin \{22, 24, ...58\}$	0.0
$x \in \{22,58\}$	0.13
$x \in \{24,56\}$	0.27
$x \in \{26,54\}$	0.40
$x \in \{28,52\}$	0.53
$x \in \{30,50\}$	0.67
$x \in \{32,48\}$	0.80
$x \in \{34,46\}$	0.93
$x \in \{36, 38, ... 44\}$	1.00

${}^{0}\mathbf{A}_1={}^{0}\mathbf{A}_2={}^{0}\mathbf{A}_3=[0,80]=X$

${}^{\alpha}\mathbf{A}_1=[0.35-15\alpha]$, ${}^{\alpha}\mathbf{A}_2=[15\alpha+20, 60-15\alpha]$, ${}^{\alpha}\mathbf{A}_3=[15\alpha+45, 80]$ tüm $\alpha\in(0,1]$ için ;

${}^{\alpha+}\mathbf{A}_1=(0.35-15\alpha)$, ${}^{\alpha+}\mathbf{A}_2=(15\alpha+20, 60-15\alpha)$, ${}^{\alpha+}\mathbf{A}_3=(15\alpha+45, 80)$ tüm $\alpha\in[0,1)$ için ;

${}^{1+}\mathbf{A}_1={}^{1+}\mathbf{A}_2={}^{1+}\mathbf{A}_3=\varnothing$

Her $\alpha\in[0,1]$ için oluşan α-kesitlerinin kümesine **A**'nın seviye kümesi denir.
"Λ" , X'de tanımlı bulanık **A** kümesinin seviye kümesini göstermek üzere;

$\Lambda(A_1)=\Lambda(A_2)=\Lambda(A_3)=[0,1]$ ve

$\Lambda(D_2)=\{0, 0.13, 0.27, 0.4, 0.53, 0.67, 0.8, 0.93, 1\}$

α-kesitlerinin ve güçlü α-kesitlerinin tanımlarından aşağıdaki önermelerin doğruluğu açıkça görülmektedir:

$$\alpha_1, \alpha_2\in[0,1] \text{ ve } \alpha_1<\alpha_2 \text{ olmak üzere}$$

$$^{\alpha1}\mathbf{A}\supseteq{}^{\alpha2}\mathbf{A} \quad \text{ve} \quad ^{\alpha1+}\mathbf{A}\supseteq{}^{\alpha2+}\mathbf{A}$$

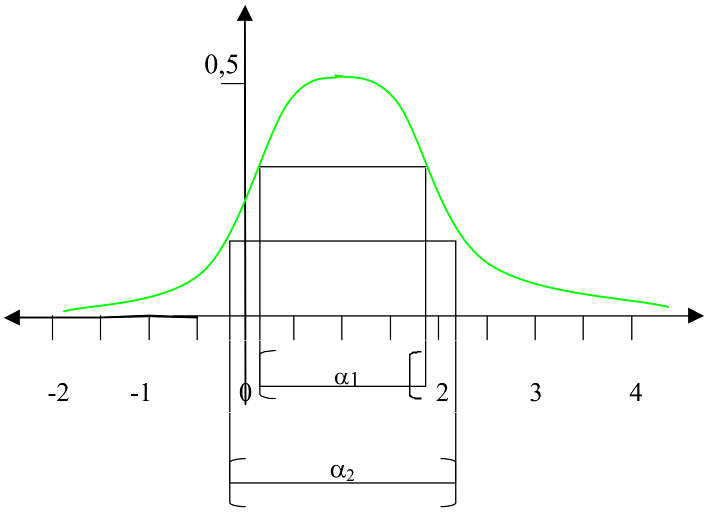
$$^{\alpha1}\mathbf{A}\cap{}^{\alpha2}\mathbf{A}={}^{\alpha1}\mathbf{A} \quad \text{ve} \quad ^{\alpha1+}\mathbf{A}\cap{}^{\alpha2+}\mathbf{A}={}^{\alpha1+}\mathbf{A}$$

$$^{\alpha1}\mathbf{A}\cup{}^{\alpha2}\mathbf{A}={}^{\alpha1}\mathbf{A} \quad \text{ve} \quad ^{\alpha1+}\mathbf{A}\cup{}^{\alpha2+}\mathbf{A}={}^{\alpha1+}\mathbf{A}$$

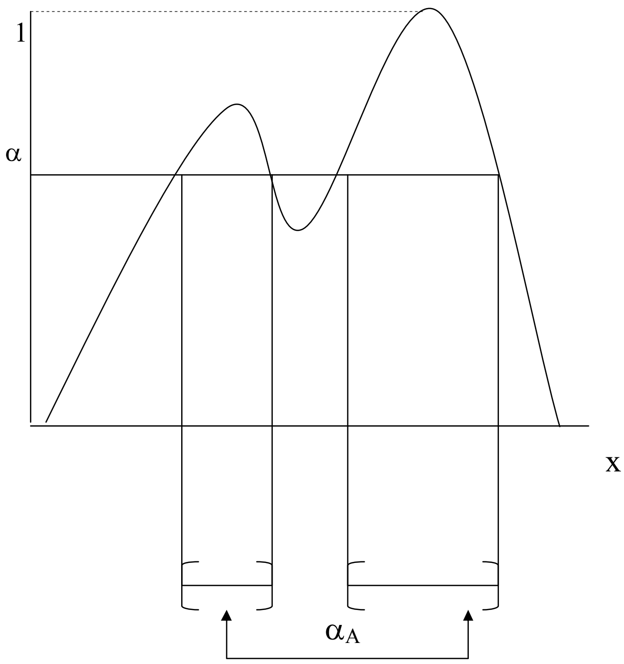
A_2 bulanık kümesinin D_2 kesikli apraksimasyonunun tüm α-kesit ve güçlü α-kesit aileleri şekil 5 ve 6'da gösterilmiştir.

$\Re^n$ 'de tanımlanmış bulanık kümelerin önemli diğer bir unsuruda *konvekslik*leridir. Bir bulanık kümenin konveks olması için her $\alpha\in[0,1]$ için α-kesitlerinin konveks olması gerekir. Şekil 7 'de subnormal bir konveks bulanık küme gösterilmiştir. Şekil 8'de normal konveks olmayan bir bulanık küme gösterilmiştir. Şekil 9'da tüm α-kesitleri ile ($\alpha>0$) $\Re^2$ 'de tanımlı bir bulanık küme göstermektedir ve tüm α-kesitleri konveks olduğu için kendisi de konvekstir.

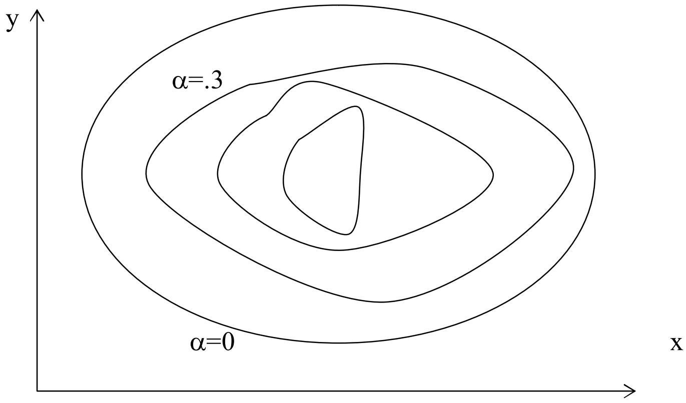
NOT: Bulanık kümeler için konveksliğin tanımının üyelik fonksiyonlarının konveks olması anlamına gelmediğine dikkat ediniz. Aslında çoğu zaman kullanılan üyelik fonksiyonları ne konvekstir ne de konkavdır. α-kesitleri birer keskin kümedir ve keskin kümelerde konvekslik şu şekilde tanımlanır: " $\Re^n$ 'de tanımlı bir kümenin herhangi iki elamanını birleştiren doğru parçasının herbir noktası kümenin içinde kalıyorsa bu kümeye konveks denir"



Şekil 7. Subnormal, konveks bulanık küme



Şekil 8. Normal konveks olmayan bulanık küme



Şekil 9 . α-kesitleri ile tanımlanmış normal konveks bulanık küme

Teorem 1: $x_1, x_2 \in \Re$; $\lambda \in [0,1]$ olmak üzere $\Re$ üzerinde tanımlı bir **A** bulanık kümesinin konveks olması için gerek ve yeter koşul:

$$A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min[A(x_1), A(x_1)]$$

2.2.2. Bulanık Sayılar

Çoğu durumda insanlar sayısal bilgileri hassas bir şekilde tanımlayamazlar. Örneğin "yaklaşık 55", "0'a yakın", "6000'den büyük" gibi ifadeler kullanırlar. Bunlar *bulanık sayılara* birer örnektir. Bulanık alt- kümeler teorisini kullanarak bu bulanık sayıları reel sayılar kümesinin bir bulanık alt-kümesi olarak tanımlayabiliriz. Bulanık bir *A* sayısı en azından aşağıdaki 3 koşulu sağlamalıdır:

(i) *A* normal bir bulanık küme olmalıdır;

(ii) *A* konveks bir bulanık küme olmalıdır

(iii) *A*'nın desteği, ^{0+}A, sınırlı olmalıdır.

Eğer bulanık sayı aşağıdaki koşulları sağlıyorsa *quazi bulanık sayısı* olarak adlandırılır:

$$\lim_{t \to \infty} A(t) = 0 \qquad \lim_{t \to -\infty} A(t) = 0$$

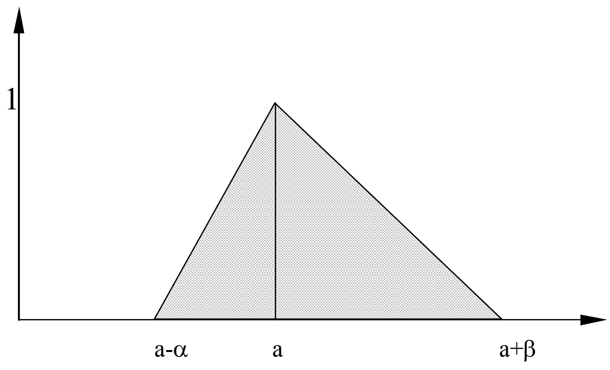
Tanım 6 (üçgen bulanık sayı): Bir **A** bulanık kümesinin merkezi ***a***, sağ ve sol açıklığı sırasıyla $\gamma>0$ ve $\beta>0$ ve üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi veriliyorsa **A** kümesine ***üçgen bulanık sayı*** denir:

$$A(t) = \begin{cases} 1-(a-t)/\gamma & \text{eğer } a-\gamma \leq t < a \\ 1-(t-a)/\beta & \text{eğer } a \leq t < a+\beta \\ 0 & \text{diğer haller} \end{cases}$$

A = (a,γ,β) notasyonu ile gösterilir.

$$^{\alpha}A = [\ a-(1-\gamma)\alpha,\ a+(1-\gamma)\beta\ ]\ ;\ \text{tüm}\ \gamma\in[0,1]$$

Önermesinin doğruluğu da kolayca görülebilir.



Şekil 10. Üçgen bulanık sayı (triangular fuzzy number)

a merkezli üçgen bulanık sayı şu şekilde yorumlanabilir

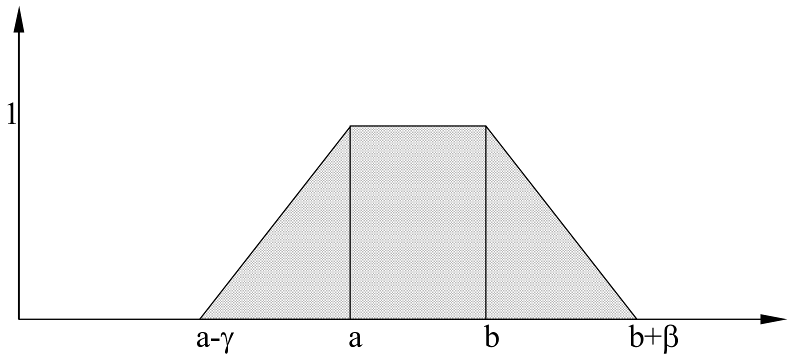
"x yaklaşık olarak **a'**ya eşittir."

Tanım 7 (yamuk bulanık sayı)**:** Bir **A** bulanık kümesinin tolerans aralığı [***a,b***], sağ ve sol açıklığı sırasıyla γ>0 ve β>0 ve üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi veriliyorsa **A** kümesine ***yamuk bulanık sayı*** denir:

$$A(t) = \begin{cases} 1-(a-t)/\gamma & \text{eğer } a-\gamma\leq t< a \\ 1 & a\leq t\leq b \\ 1-(t-b)/\beta & \text{eğer } b\leq t< b+\beta \\ 0 & \text{diğer haller} \end{cases}$$

A = (a,b,γ,β) notasyonu ile gösterilir. $^{\alpha}A = [\ a-(1-\gamma)\alpha,\ a+(1-\gamma)\beta\ ]\ ;\ \text{tüm}\ \gamma\in[0,1]$

Önermesinin doğruluğu da kolayca görülebilir.



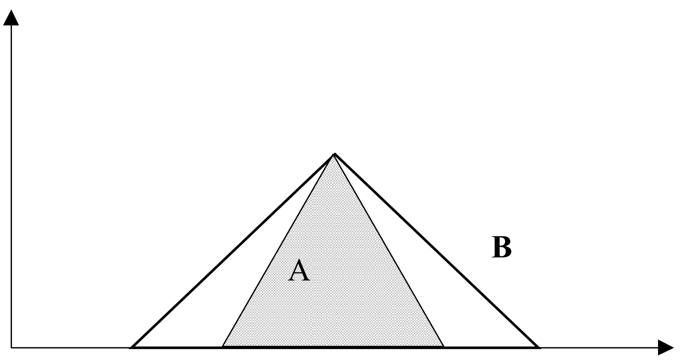
Şekil 11. Yamuk bulanık sayı

Yamuk bir bulanık sayı şu şekilde yorumlanabilir:

“x yaklaşık olarak [**a,b**] aralığındadır .”

Tanım 8 (altküme)**:** **A** ve **B** X evreninde tanımlanmış iki bulanık küme olsun. Aşağıdaki koşul sağlanıyorsa **A, B**’nin alt-kümesidir denir:

$$A(t) \leq B(t) \quad \text{tüm } t \in X \text{ için}$$



Şekil 12. A, B’nin alt-kümesidir.

Örnek 5:
A ve **B** X evreninde tanımlı iki bulanık küme olsun.

X = { 1, 5, 10, 15, 20}

A= {0.0/1 + 0.2/5 + 0.4/10 + 1/15 + 0.6/20

B = {0.1/1 + 0.3/5 + 0.5/10+ 1/15 + 0.7/20

$A \subset B$ olduğu görülmektedir.

2.2.3 BASİT (STANDART) BULANIK KÜME İŞLEMLERİ

Boş olmayan bir X evreninde A ve B bulanık kümeleri tanımlanmış olsun. A ve B kümeleri için birleşme, arakesit ve tümleyen teorik küme işlemleri sırasıyla aşağıdaki gibi verilmiştir:

(i) $(A \cup B)(t) = \max[A(t), B(t)] = A(t) \vee B(t)$

(ii) $(A \cap B)(t) = \min[A(t), B(t)] = A(t) \wedge B(t)$

(iii) $\neg A(t) = 1 - A(t)$

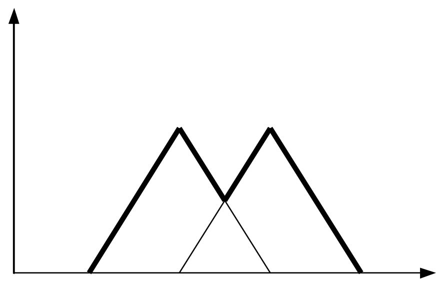
Örnek 6:

X = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}

A = {0.6/-2 + 0.3/-1 + 0.6/0 + 1.0/1 + 0.6/2 + 0.3/3 + 0.0/4}

B = {0.1/-2 + 0.3/-1 + 0.9/0 + 1.0/1 + 0.9/2 + 0.3/3 + 0.2/4}

A∪B = 0.6/-2 + 0.3/-1 + 0.9/0 + 1.0/1 + 0.9/2 + 0.3/3 + 0.2/4 }



Şekil 13. A ve B üçgen bulanık sayılarının kesişimi

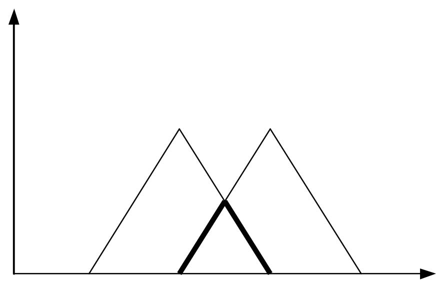
Örnek 7:

X = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}

A = {0.6/-2 + 0.3/-1 + 0.6/0 + 1.0/1 + 0.6/2 + 0.3/3 + 0.0/4}

B = {0.1/-2 + 0.3/-1 + 0.9/0 + 1.0/1 + 0.9/2 + 0.3/3 + 0.2/4}

A ∩ B = 0.1/-2 + 0.3/-1 + 0.6/0 + 1.0/1 + 0.6/2 + 0.3/3 + 0.0/4 }



Şekil 13. A ve B üçgen bulanık sayılarının kesişimi

Örnek 8:

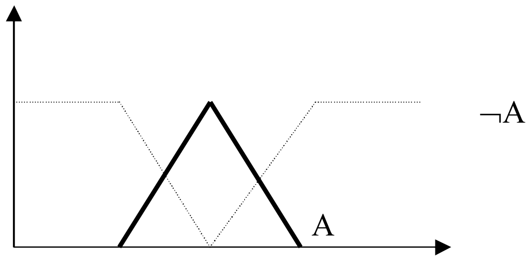
X = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}

A = {0.6/-2 + 0.3/-1 + 0.6/0 + 1.0/1 + 0.6/2 + 0.3/3 + 0.0/4}

B = {0.1/-2 + 0.3/-1 + 0.9/0 + 1.0/1 + 0.9/2 + 0.3/3 + 0.2/4}

¬A = {0.4/-2 + 0.7/-1 + 0.4/0 + 0.0/1 + 0.4/2 + 0.7/3 + 1.0/4}

¬B = {0.9-2 + 0.7/-1 + 0.1/0 + 0.0/1 + 0.1/2 + 0.7/3 + 0.8/4}



Şekil 14. A bulanık kümesinin tümleyeni

Keskin Kümeler için bilinen tüm işlemler aşağıdaki iki durum haricinde bulanık kümeler içinde geçerlidir:

1. $A \cup \neg A = X$ ve 2. $A \cap \neg A = \varnothing$

Bu iki durum bulanık kümeler için geçerli değildir.

Lamma 1 . $A \cup \neg A \neq X$. tüm $t \in X$ için $A(t) = 1/2$ olsun.

$(\neg A \vee A)(t) = \max(\neg A, A) = \max(1-1/2, 1/2) = 1/2$

$1/2 \neq 1$

Lamma 1 . $A \cap \neg A \neq X$. tüm $t \in X$ için $A(t) = 1/2$ olsun.

$(\neg A \wedge A)(t) = \min(\neg A, A) = \min(1-1/2, 1/2) = 1/2$

$1/2 \neq 0$

Buna karşın De Morgan kuralları bulanık mantık içinde geçerlidir.

$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$ $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

3. BULANIK MANTIK TEORİSİNİN UYGULAMALARI VE KULLANIM ALANLARI

3.1 Genel Tartışma

Bu çalışmada daha önce de belirtildiği gibi, herhangi X klasik küme teorisi Bulanık X'e genelleştirilebilir. Bunun aritmetik, topoloji, grafik teorisi, olasılık teorisi, sistem teorisi, nöral network teorisi, matematiksel programlama ve benzeri alanlara uygulanması, bulanık aritmetik, bulanık topoloji, grafik teorisi, bulanık olasılık teorisi, bulanık sistem teorisi nöral network teorisi, bulanık matematiksel programlama, bulanık lineer proglama gibi alanların oluşmasına yol açmıştır.

Bulanık Mantığın en yaygın kullanım alanlarının başında şu konular gelmektedir:
Yapay zeka, sistem analizi, karar analizi, nümerik analiz, veri işleme, mühendislik, Genetik algoritmalar , ekonomi, robotik ….

Bulanık mantık ilk kez 1973 yılında, Londra'ki Queen Mary College'da profesör olan Ebrahim H. Mamdani tarafından bir buhar makinasında uygulandı. Ticari olarak ise ilk defa, 1980 yılında, Danimarka'daki bir çimento fabrikasının fırınını kontrol etmede kullanıldı. Bulanık mantık ile hazırlanan bir sistem, bilgisayar desteğinde, sensörlerden ısı ve maddelere ait bilgileri alarak ve "feed-back" (geri besleme) metoduyla değişkenleri kontrol ederek, bu ayarlama işini çok hassas ölçümlerle gerçekleştirmiş ve büyük oranda enerji tasarrufu sağlamıştır.

1987'de, Uluslararası Bulanık Sistemler Derneği'nin Tokyo'da düzenlediği bir konferansta bir mühendis, bulanık mantıkla programladığı bir robota, bir çiçeği ince bir çubuğun üzerinde düşmeyecek şekilde bıraktırmayı başarmıştır. Bundan daha fazla ilgi çeken gerçek ise, robotun bunu yaptığını gören bir seyircinin mühendise, sistemden bir devreyi çıkarmasını teklif etmesinden sonra görülmüştür. Mühendis önce, devreyi çıkarırsam çiçek düşer diye bunu kabul etmemiş, fakat seyircinin çiçeğin ne tarafa doğru düştüğünü görmek istediğini söylemesi üzerine devreyi çıkarmıştır ve Robot beklenmedik bir şekilde yine aynı hassaslıkla çiçeği düşürmeden çubuğun üzerine bırakmıştır. Kısacası bulanık mantık sistemleri, yetersiz bilgi temin edilse bile tıpkı insanların yaptığı gibi bir tür "sağduyu" kullanarak (yani mevcut bilgiler yardımıyla neticeye götürücü akıl yürütmeler yaparak) işlemleri gerçekleştirebilmektedir.

Bulanık mantık kullanılarak üretilen edilen fotoğraf makineleri, otomatik odaklama yapanlardan bile daha net bir görüntü vermektedir. Fotokopi makineleri ise bulanık mantıkla çok daha kaliteli kopyalar çıkarmaktadırlar. Zira odanın sıcaklığı, nemi ve orijinal kağıttaki karakter yoğunluğuna göre değişen resim kalitesi, bu üç temel unsur hesaplanarak mükemmele yakın hale getirilmektedir.

Kameralardaki bulanık mantık devreleri ise sarsıntılardan doğan görüntü bozukluklarını asgariye indirmektedir. Bilindiği gibi elde taşınan kameralar, ne kadar dikkat edilirse edilsin net bir görüntü vermez. Bulanık mantık programları bu görüntüleri netleştirmek için şöyle bir metot kullanır: Eğer görüntüdeki bütün şekiller, aynı anda, bir tarafa doğru kayıyorsa bu, insan hatasından kaynaklanan bir durumdur; kayma göz önüne alınmadan kayıt yapılır. Bunun dışındaki şekiller ve hareketler ise normal çekim durumunda gerçekleştiği için müdahale edilmez.

Birkaç bulanık mantık sistemi ise, mekanik cihazlardan çok daha verimli bir şekilde bilgi değerlendirmesi yapmaktadır. Japon Omron Grubu, büyük firmalara sağlık hizmeti veren bir sisteme ait beş tıp veri tabanını, bulanık mantık teorileri ile kontrol etmektedir. Bu bulanık sistem, 10.000 kadar hastanın sağlık durumlarını öğrenmek ve hastalıklardan korunmalarına, sağlıklı kalmalarına ve stresten kurtulmalarına yardımcı olmak üzere kişiye özel planlar çizebilen yaklaşık 500 kural kullanmaktadır. Pilav pişirme aletlerinden asansörlere, arabaların motor ve süspansiyon sistemlerinden nükleer reaktörlerdeki soğutma ünitelerine, klimalardan elektrikli süpürgelere kadar bulanık mantığın uygulandığı birçok alan bulunmaktadır. Bu alanlarda sağladığı enerji, iş gücü ve zaman tasarrufu ile "iktisat" açısından da önem kazanmaktadır.

Bulanık mantığın gelecekteki uygulama sahaları, daha da genişleyecek gibi gözükmektedir. Şeker hastaları için vücuttaki insülün miktarını ayarlayarak yapay bir pankreas görevi yapan minik yapıların üretiminde, prematüre doğumlarda bebeğin ihtiyaç duyduğu ortamı devam ettiren sistemlerin hazırlanmasında, suların klorlanmasında, kalp pillerinin üretiminde, oda içindeki ışığın miktarının ayarlanmasında ve bilgisayar sistemlerinin soğutulmasında bulanık mantık çok şeyler vaadetmektedir.

3.2 Örnek Uygulamalar:

Bu Uygulamalar karar analizi ve bulanık düzenleyiciler (fuzzy controllers) konuları hakkında basit iki örnek içermektedir. Bu iki konu da başlı başına çok kapsamlı konulardır. Bu iki örnekse bireysel çalışmalarda kullanılabilecek seviyelerdedir.

Örnek 3.2.1: Basit Karar Analizi- İş Seçimi

Bir bireyin $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ mevcut işlerinden birini seçmesi gerektiğini varsayalım. Bireyin amacı, "ilginç bir iş" olması ve "yolculuk süresi" koşulları altında yüksek maaşlı bir iş seçmektir. Bu durumda mevcut işlerin "ilginçliği" ve "sürüş mesafesinin kısalığı" ile ilgili üyelik fonksiyonları birey tarafından belirlenmelidir.

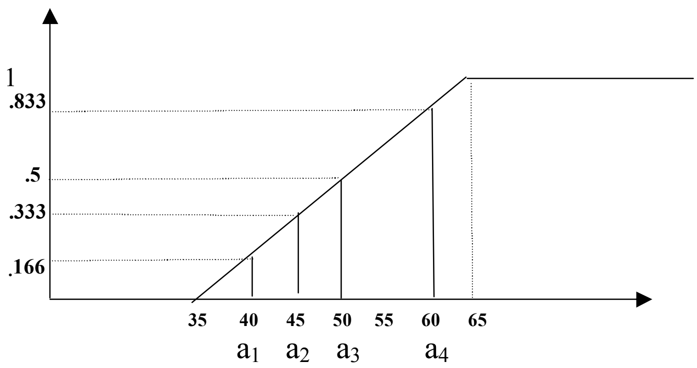
Her işe maaşını atayan fonksiyonu $g: A \rightarrow R^+$ olarak belirtelim. Böylece

$g(a_1) = 400.000.000$ TL

$g(a_2) = 450.000.000$ TL

$g(a_3) = 500.000.000$ TL

$g(a_4) = 600.000.000$ TL



Sekil. 14. Amaç (G):Yüksek maaş

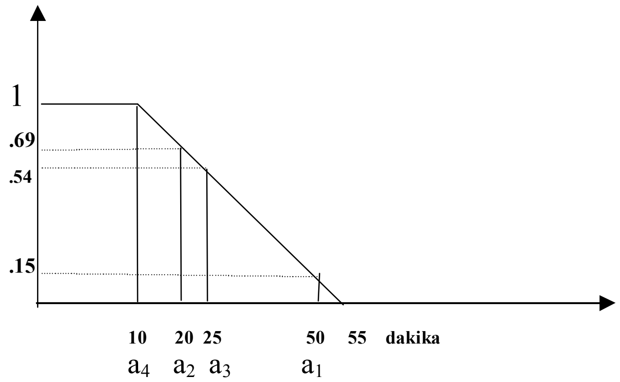
Bu grafiğe göre Aşağıdaki bulanık küme elde edilir:

$\mathbf{M} = .166/ a_1 + .333/ a_2 + .5/ a_3 + .833/ a_4$

Bireyin işlere atadığı ilginçlik derecelerinin bulanık kümesi aşağıda verilmiştir:

$\mathbf{İ} = .4/ a_1 + .6/ a_2 + .2/ a_3 + .2/ a_4$

Üçüncü kriter “yolculuk süresi” işten eve gitmek için gereken süre olarak tanımlanmıştır:



Şekil 15 . Yolculuk süresi

S = $.15/\ a_1 + .69/\ a_2 + .54/\ a_3 + \ .2/\ a_4$

Şimdi bu üç kriterin önem derecelerinin aynı olduğu varsayılımıyla kesişimlerini alalım ve “uygun iş” kümesini belirleyelim.

$\text{Uİ} = S \cap \text{İ} \cap M = .15/\ a_1 + .333/\ a_2 + .2/\ a_3 + \ .2/\ a_4$

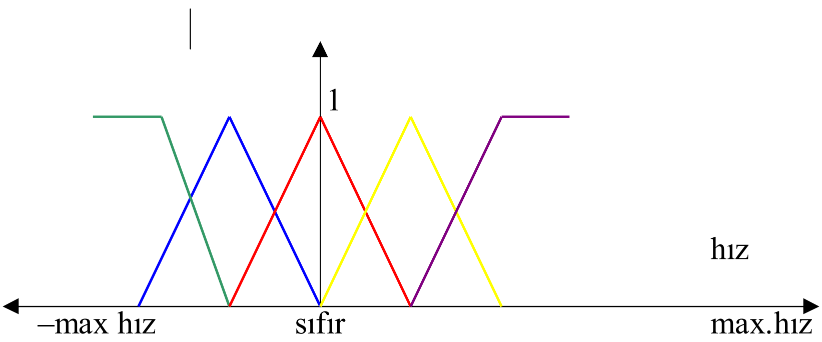
Max (Uİ) = a_2

a_2 en uygun iştir.

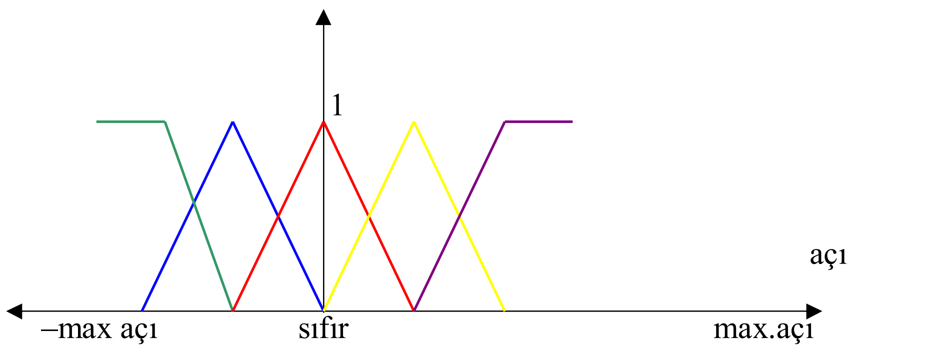
<u>Örnek 3.2.2</u> Bulanık Düzenleyiciler

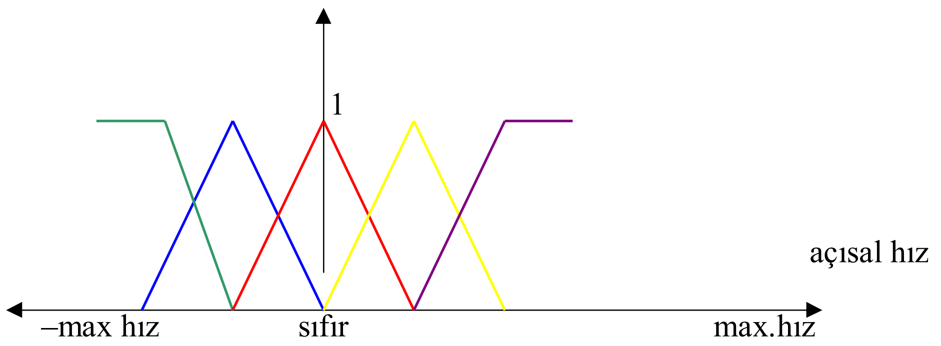
Sadece sağa ve sola hareket eden bir platformdaki bir direğin dengelenmesi istenmektedir. Önce direğin “yüksek hızlı”, “düşük hızlı” gibi durumlarını üyelik fonksiyonları ile belirleyelim. Burada negatif sol yönü, pozitif sağ yönü belirtmektedir.

- negatif yüksek (yeşil)
- negatif düşük (green)
- sıfır (kırmızı)
- pozitif düşük (sarı)
- pozitif yüksek (mor)



Platformla direk arasındaki açıyıda ve açısal hızı da aynı şekilde tanımlayalım:





Not: Kolaylık açısından direğin başta neredeyse dik olduğunu ve -tanım açısından- iki yönde de 45° fazla olamayacağı varsayılmıştır.

Şimdi belli durumlarda ne yapılması gerektiğini belirten bir kaç *kural* belirleyelim:

Direğin dik olduğu (açı sıfır) ve hareket etmediği durumu düşünelim (açısal hız sıfır) İstenen durum budur ve bu durumda herhangi bir müdahele yapılmaz.

Diğer bir durum şöyle olabilir: Direk diktir fakat pozitif yönde düşük hızlıdır. Doğal olarak direğin hareketini platformu düşük hızla aynı yönde hareket ettirerek karşılamalıyız.

Oluşturduğumuz iki kuralı aşağıdaki şekilde ifade edebiliriz:

- `**Eğer** açı sıfırsa **ve** açısal hız sıfırsa, hız sıfır olmalıdır.`
- `**Eğer** açı sıfırsa **ve** açısal hız pozitif düşükse, hız pozitif düşük olmalıdır`

Tüm uygun kuralları aşağıdaki tabloda özetleyebiliriz:

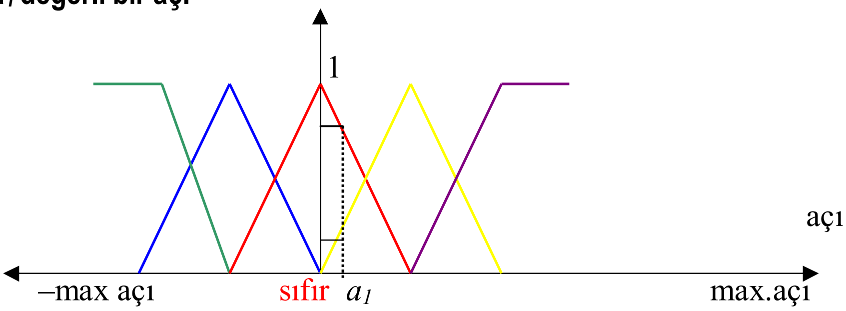
Tablo 2. Örnek 3.2.2. için Kural Tablosu

açısal hız \ açı	NY	ND	S	PD	PY
NY			NY		
ND			ND	S	
S	NY	ND	S	PD	PY
PD		S	PD		
PY			PY		

NY: Neg. Yüksek
ND: Neg. Düşük
S: Sıfır
PH: Poz. Yüksek
PD: Poz. Düşük

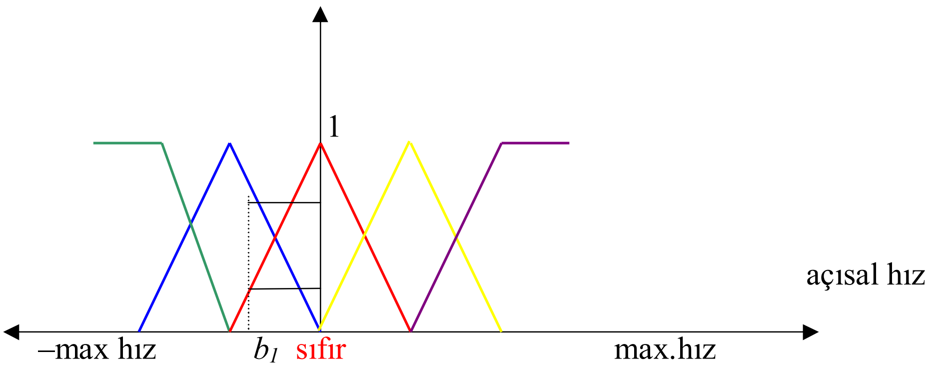
Şimdi belirli açı ve açısal hız değerlerinin bilinmesi durumlarında bu kuralları uygulayalım:

***a_1* değerli bir açı**



A: $a_i \rightarrow R+$
SA (a_i) = 0.75
PDA (a_i) = 0.25

***b_1* değerli bir açı**

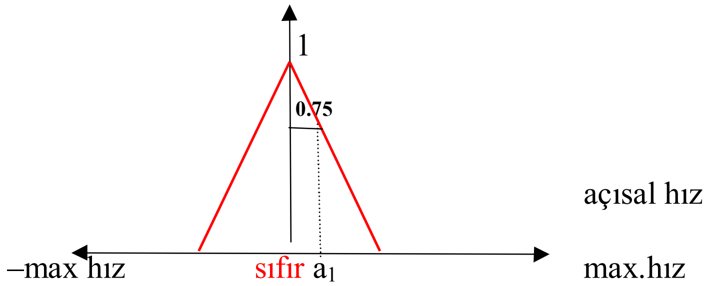


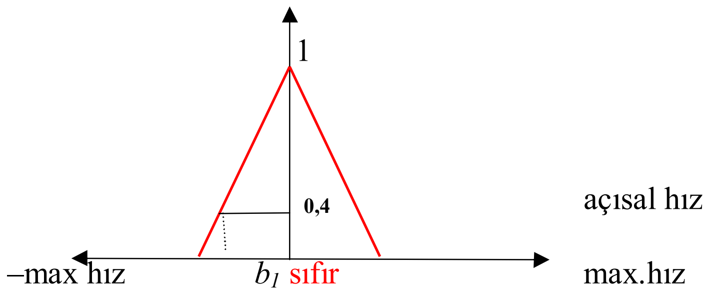
AH: $b_i \rightarrow R+$
SAH (b_1) = 0.4
NDAH (b_1) =0.6

Görülmektedir ki a_1 ve b_1 değerleri 4 kural tetiklerler.

Ortaya Çıkan durumlara ilişkin kuralları uygulayalım:

1. Eğer açı sıfırsa **ve** açısal hız sıfırsa, hız sıfır olmalıdır.

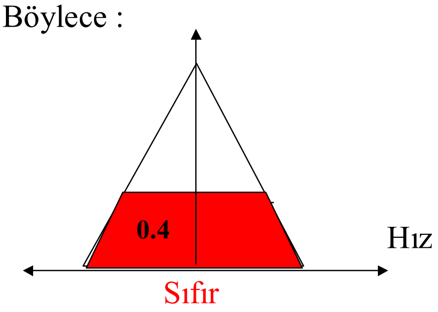




Kuralda bu iki bulanık sayı “ve” ile bağlandığı için bu durum SA ve SAH bulanık sayılarının bir kesişimi olarak düşünülmelidir. Bu nedenle “min” operatörü kullanılır:

$$SA \cap SAH = \text{Min}\,(0.75, 0.4) = 0.4$$

Böylece :

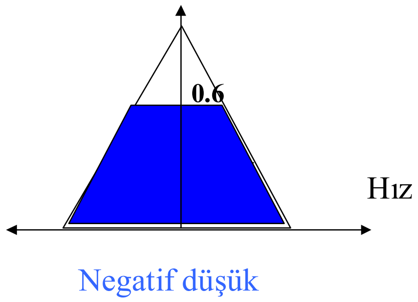


Aynı şekilde

> 2. **Eğer** açı sıfırsa **ve** açısal hız negatif düşükse, hız negatif düşük olmalıdır.

kuralından ortaya çıkan sonuç:

$$SA(a_1) \cap NDAH\ (b_1) = \min\ (0.75,\ 0.6) = 0.6$$

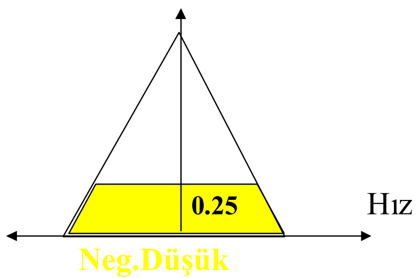


Aynı şekilde

> 3. **Eğer** açı pozitif düşükse **ve** açısal hız sıfırsa, hız negatif düşük olmalıdır.

kuralından ortaya çıkan sonuç:

$$PDA(a_1) \cap SAH\ (b_1) = \min\ (0.25,\ 0.4) = 0.25$$

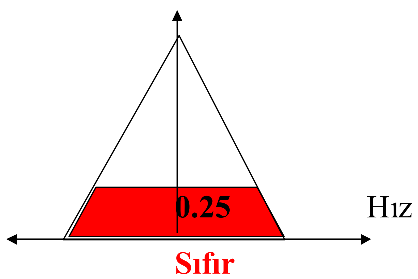


Aynı şekilde

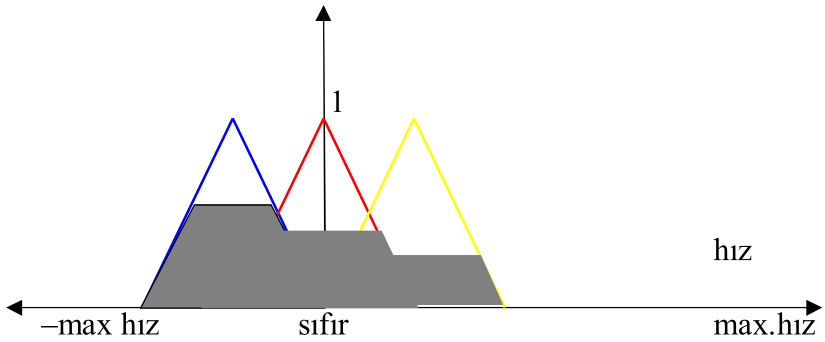
> 4. **Eğer** açı pozitif düşükse **ve** açısal hız negatif düşükse, hız sıfır olmalıdır.

kuralından ortaya çıkan sonuç:

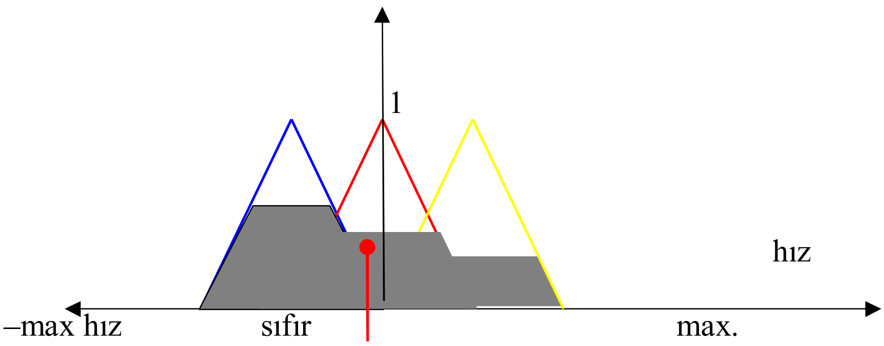
$$PDA(a_1) \cap NDAH\ (b_1) = \min\ (0.25,\ 0.6) = 0.25$$



Bu dört sonuç aşağıdaki son durumu oluşturur:



Bulanık düzenleyicinin şu ana kadarki sonucu hızın bir bulanık kümesidir. Bu nedenle son çıktı olarak temsili bir değer seçmemiz gerekir. Bu işleme "bulanıklığı giderme" *(defuzzification)* denir. Bu işlemin farklı metodları vardır ve bunlardan biride bulanık kümenin ağırlık merkezini almaktır:



(α) **Ağırlık merkezi**

Böylece direkle platform arasındaki açı a_1 ise ve dierğin açısal hızı negatif yönde b_1 ise platformun hızı negatif yönde α olmalıdır.

Bütün bu işlemin tamamı Mamdani düzenleyicisi olarak adlandırılır.

3.3 Bulanık Mantığın Kullanıldığı bazı Uygulamalar:

- Hidroelktrik güç üniteleri için kullanılan Baraj kapılarının otomatik kontrolü
  (Tokio Electric Pow.)
- Stok kontrol değerlendirmesi için bir uzman sistem
  (Yamaichi, Hitachi)
- Klima sistemlerinde istenmeyen ısı iniş çıkışlarının önlenmesi
- Araba motorlarının etkili ve kararlı kontrolü
  (Nissan)
- Otomobiller için “Cruise-control”
  (Nissan, Subaru)
- Dökümanların arşivleme sistemi
  (Mitsubishi Elec.)
- Depremlerin önceden bilinmesi için Tahmin Sistemi
  (Inst. of Seismology Bureau of Metrology, Japan)
- İlaç teknolojileri: Kanser teşhisi
  (Kawasaki Medical School)
- Cep bilgisayarlarında el yazısı algılama teknolojisi
  (Sony)
- Video Kameralarda hareketin algılanması
  (Canon, Minolta)
- El yazısı ve ses tanımlama
  (CSK, Hitachi, Hosai Univ., Ricoh)
- Helikopterler için uçuş desteği
  (Sugeno)
- Çelik sanayinda makina hızı ve ısısının kontrolü
  (Kawasaki Steel, New-Nippon Steel, NKK)
- Raylı metro sistemlerinde sürüş rahatlığı, duruş mesafisinin kesinliğini ve ekonomikliğin geliştirilmesi (1.Giriş ‘te bahsedilen metro hedefe 7 cm kala durabilmektedir)
  (Hitachi)
- Otomobiller için gelişmiş yakıt tüketimi
  (NOK, Nippon Denki Tools)

Kaynakça:

1. J.KLIR, George ; YUAN, Bo. ;*“FUZZY SETS AND FUZZY LOGIC-Theory and Applications”*
2. KRUSE, R ; Gebhart, J ; Klawon, F. ;*“Foundations of Fuzzy Systems”*
3. AKGÜL G., 1998.; *“Keskin Kümelerle Bulanık Kümelerin Karşılaştırılması”*
4. BRULE, James F.; *“ Fuzzy Systems- A Tutoriol”*
5. McNeil, D.; Paul Freiberger. ;*“Fuzzy Logic”*.
6. Kosko, Bart; Satoru, Isaka. ;*"Fuzzy logic"*
7. FULLER, R. ; *“Neural Fuzzy Systems”* http://www.abo.fi/~rfuller/ifsa.html