

Bulanık Mantık ve MATLAB Uygulaması

Bulanık Mantık

- ▶ Prof. Lotfi A. Zadeh 'in 1965 yılında yayınlanan makalesiyle fuzzy logic ilk kez hayatımıza girmiştir.
- ▶ Matematiksel açıdan belirsizliklerle çalışabilen bir modeldir.
- ▶ Belirsizlik ortamında akıl yürütme mantığıyla çalışan bir modeldir. Klasik 0-1 mantığına karşı ortaya çıkmıştır.

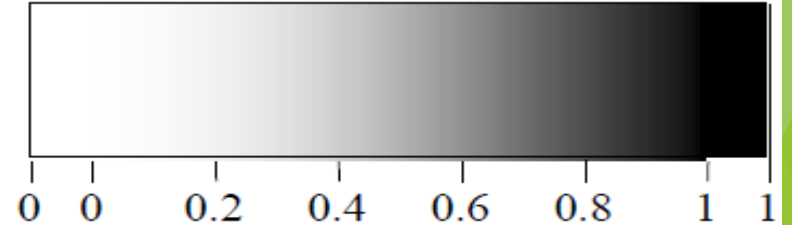
Klasik küme ve bulanık küme kavramları

Klasik Küme

- ▶ Aristo mantığı 0 ve 1 değerlerinden oluşur.
- ▶ İkili mantık olarak da bilinir.
- ▶ Aristo'ya göre bir eleman ya o kümeye aittir ya da değildir.

Bulanık Küme

- ▶ Bulanık mantıkta kümeye ait her bir eleman $[0, 1]$ arasında üyelik dereceleri alır.
- ▶ Aynı eleman aynı anda birden fazla kümeye ait olabilir.
- ▶ Genelleştirilmiş mantık olarak da bilinir.



Memdani

- ▶ En çok kullanılan bulanık çıkarım yöntemidir. Bunun başlıca sebepleri; Mamdani çıkarımının insan algısına daha çok hitap etmesi, tasarımının nispeten kolay olması ve yorumlanabilirliği daha fazla olmasından dolayıdır.
- ▶ İlk kez 1975 yılında, Londra Üniversitesi'nde çalışan matematikçi ve bilgisayar bilimci [İbrahim Mamdani](#) tarafından geliştirilmiştir.
- ▶ Giriş değerlerinin tetiklediği kurallara göre, üyelik değerleri hesaplanır. Daha sonra hesaplanan değerler, kuralların içerisinde geçen **ve/veya** mantıksal bağlaçlarına göre **max** ya da **min** operatörüne verilirler. Eğer, kural içerisinde geçen olgular birbirine '**ve**' ile bağlıysa, hesaplanan üyelik değerleri **min** operatörüne; '**veya**' ile bağlıysa **max** operatörüne verilir. Bu operatörler, adlarından da anlaşılabilir gibi, aldıkları birden çok değer arasından en küçüğü ya da en büyüğü döndürürler.

Sugeno

- ▶ Sugeno çıkarımı özellikle kontrol problemlerinde çokça tercih edilen çıkarım yöntemlerinden birisidir.
- ▶ Sugeno çıkarımının Mamdani çıkarımından en büyük farkı: Mamdani çıkarımı bulanık değerlerle çıkış verirken, Sugeno çıkarımı çıkış değerini bir fonksiyon şeklinde vermektedir. Bu yüzden Sugeno çıkarımında durulaştırma işlemleri, genellikle ortalama hesaplamak kadar basit işlemlerdir.

Durulaştırma Metodları

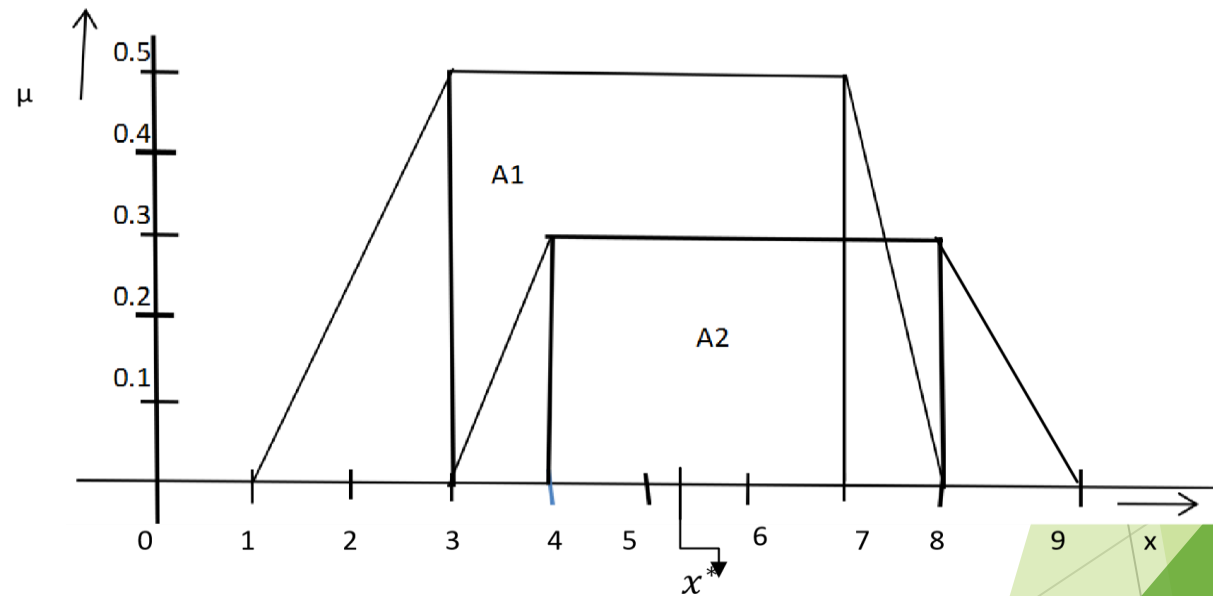
Defuzzification Methods

Metodlar

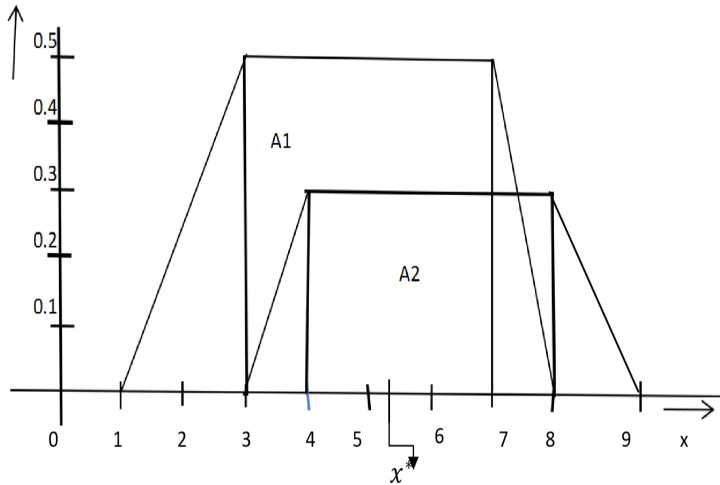
- ▶ Center of Sums Methods
- ▶ Centroid
- ▶ Bisector
- ▶ Weighted Average Methods
- ▶ Maxima
 - ▶ First of Maxima
 - ▶ Last of Maxima
 - ▶ Mean of Maxima

Center of Sums Methods (CoS)

$$\mu^* = \frac{\sum_{i=1}^k A_i \times \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^k A_i}$$



CoS



Alanları hesaplırsak

$$A1 \text{ yamuęu alanı} = \frac{1}{2} * [(8-1) + (7-3)] * 0.5 = \frac{1}{2} * 11 * 0.5 = 55/20 = 2.75 \text{ br}^2$$

$$A2 \text{ yamuęu alanı} = \frac{1}{2} * [(9-3) + (8-4)] * 0.3 = \frac{1}{2} * 10 * 0.3 = 3/2 = 1.5 \text{ br}^2$$

► A1 karesinin merkez noktası = $(7+3)/2 = 5$

► A2 karesinin merkez noktası = $(8+4)/2 = 6$

Bu değerleri formülde yerine koyarsak;

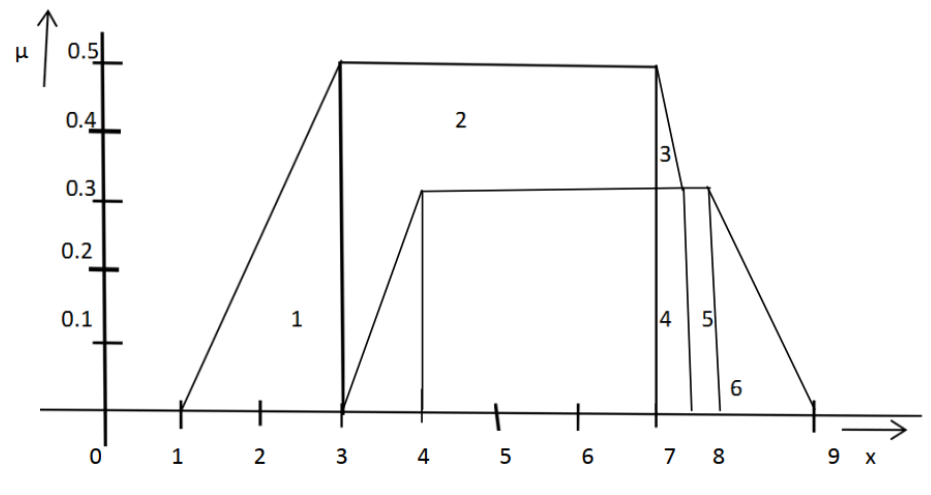
$$* = \frac{(A_1 \cdot \bar{x}_1 + A_2 \cdot \bar{x}_2)}{A_1 + A_2} = \frac{(2.75 * 5 + 1.5 * 6)}{(2.75 + 1.5)} = 22.75 / 4.25 = 5.35$$

Centroid - Center of Gravity

►

$$x^* = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot \mu(x_i)}{\sum_{i=1}^n \mu(x_i)}$$

$$x^* = \frac{\int x \mu_A(x) dx}{\int \mu_A(x) dx}$$



Centroid

Yukarıdaki şekilden;

$$1 \text{ numaranın alanı} = \frac{1}{2} * 2 * 0,5 = 0,5 \text{ } br^2$$

$$2 \text{ numaranın alanı} = (7 - 3) * 0,5 = 2 \text{ } br^2$$

$$3 \text{ numaranın alanı} = \frac{1}{2} * (7,5 - 7) * 0,2 = 0,05 \text{ } br^2$$

$$4 \text{ numaranın alanı} = 0,5 * 0,3 = 0,15 \text{ } br^2$$

$$5 \text{ numaranın alanı} = 0,5 * 0,3 = 0,15 \text{ } br^2$$

$$6 \text{ numaranın alanı} = \frac{1}{2} * 1 * 0,3 = 0,15 \text{ } br^2 \text{ olur.}$$

$$x^* = \frac{\sum_{i=1}^N A_i \times \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^N A_i}$$

Centroid

Ayrıca yine şekilden;

1 numaranın ağırlık merkezi $(1+3+3)/3 = 7/3 = 2.333$

2 numaranın ağırlık merkezi $(7+3)/2 = 10/2 = 5$

3 numaranın ağırlık merkezi $(7+7+7.5)/3 = 21.5/3 = 7.166$

4 numaranın ağırlık merkezi $(7+7.5)/2 = 14.5/2 = 7.25$

5 numaranın ağırlık merkezi $(7.5+8)/2 = 15.5/2 = 7.75$

6 numaranın ağırlık merkezi $(8+8+9)/3 = 25/3 = 8.333$

Olmaktadır.

Centroid

- Bulunan değerler tabloda gösterilmiştir.
- Formülde yerlerine koyulup işlem yapıldığında sonuç aşağıdaki gibi bulunur.

$$= \frac{(1.1665+10+0.3583+1.0875+1.1625+1.2499)}{(0.5+2+.05+.15+.15+.15)}$$

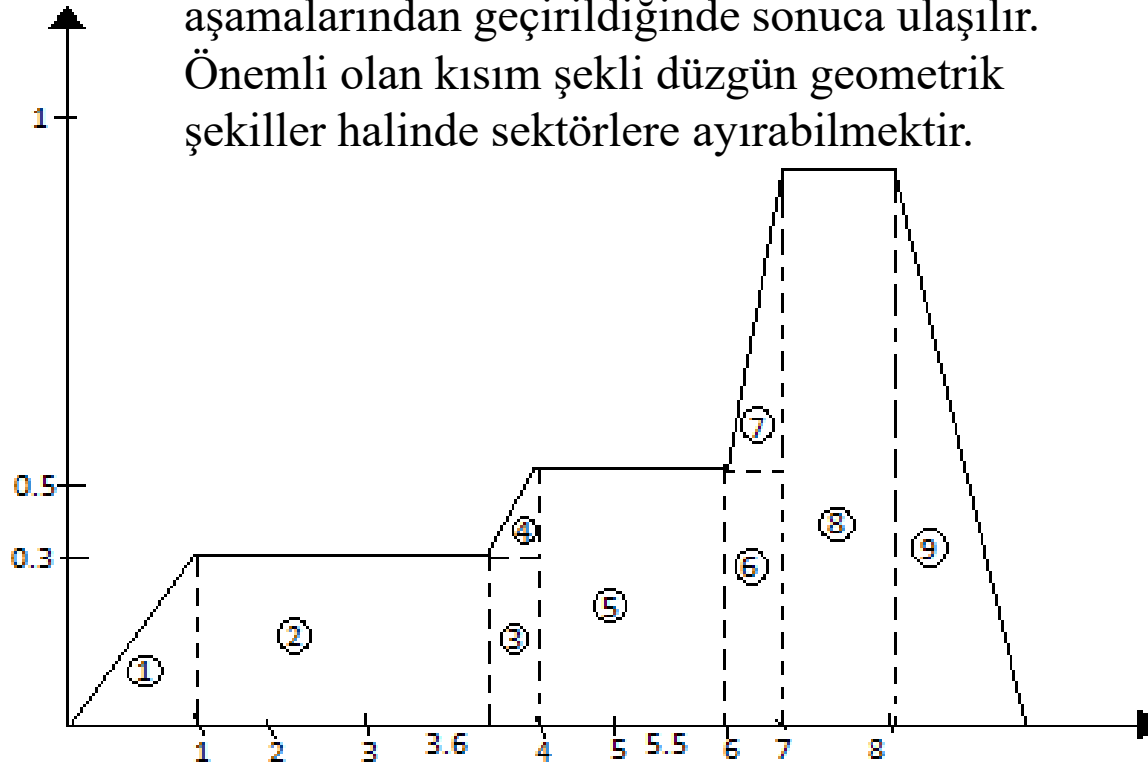
$$= (15.0247)/3 = 5.008$$

Sub-area number	Area(A_i)	Centroid of area(\bar{x}_i)	$A_i \cdot \bar{x}_i$
1	0.5	2.333	1.1665
2	02	5	10
3	.05	7.166	0.3583
4	.15	7.25	1.0875
5	.15	7.75	1.1625
6	.15	8.333	1.2499

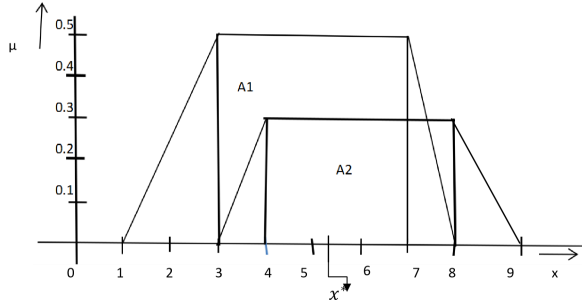
The defuzzified value x^* will be $\frac{\sum_{i=1}^N A_i \times \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^N A_i}$

Centroid

Farklı bir örnek şekil ele alınırsa, yine aşağıdaki gibi sektörlere ayrılıp yine işlem aşamalarından geçirildiğinde sonuca ulaşılır. Önemli olan kısım şekli düzgün geometrik şekiller halinde sektörlere ayırabilmektir.



BiSector



► Bu yöntemde az önceki hesaplamadan yararlanıcaz

► Az önceki örnekten şeklin alanı
 $=0,5+2+0,05+0,15+0,15+0,15=3 br^2$

► Toplam alanı 2 ye bölersek $3/2=1,5 br^2$.
(Yani bizim orta noktamız alanların eşit bölündüğü nokta olmalı.)

► Buradan şekile baktığımızda 1 nolu

alan $(0,5 br^2) + A1$ karesinin $1 br^2$ kısmını aldığımızda sonucumuz tam 5 noktası

üzerinde çıkmaktadır. ($A1$ karesi $2 br^2$ dolayısıyla $1 br^2$ tam ortası yani 5 noktası.)

Weighted Average Method (WAM)

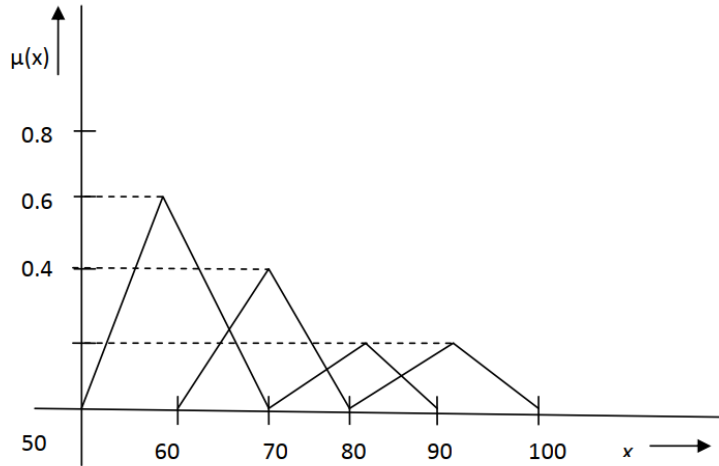
- ▶ Bu yöntem, simetrik üyelik fonksiyonları çıktısına sahip bulanık

kümeler için geçerlidir ve COA yöntemine çok yakın sonuçlar verir.

- ▶ Bu yöntem, hesaplama açısından daha az işlem gücü gerektirir.
- ▶ Her biri üyelik $x^* = \frac{\sum \mu(x).x}{\sum \mu(x)}$ üyelik değerine göre ağırlıklandırılır

WAM

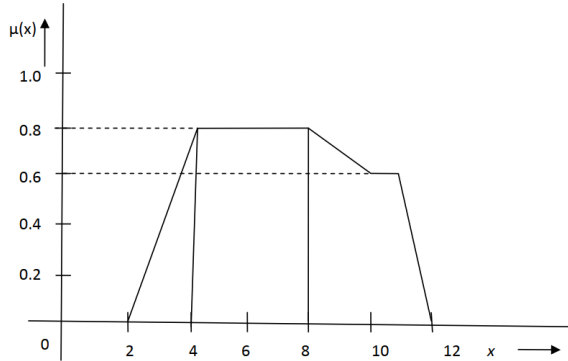
- Bu yöntemde her şeklin en yüksek y noktaları ve buna karşılık gelen x koordinatlarındaki değerleri kullanılmaktadır. Aşağıdaki formüle baktığımızda her şeklin x ve y noktası çarpılıp diğerleriyle toplanmaktadır. Daha sonra bu toplam y noktaları toplamına bölünür.



$$\chi^* = \frac{(60*0.6+70*0.4+80*0.2+90*0.2+100*0)}{0.6+0.4+0.2+0.2+0}$$

$$= 98/1.4=70$$

Maxima Methods

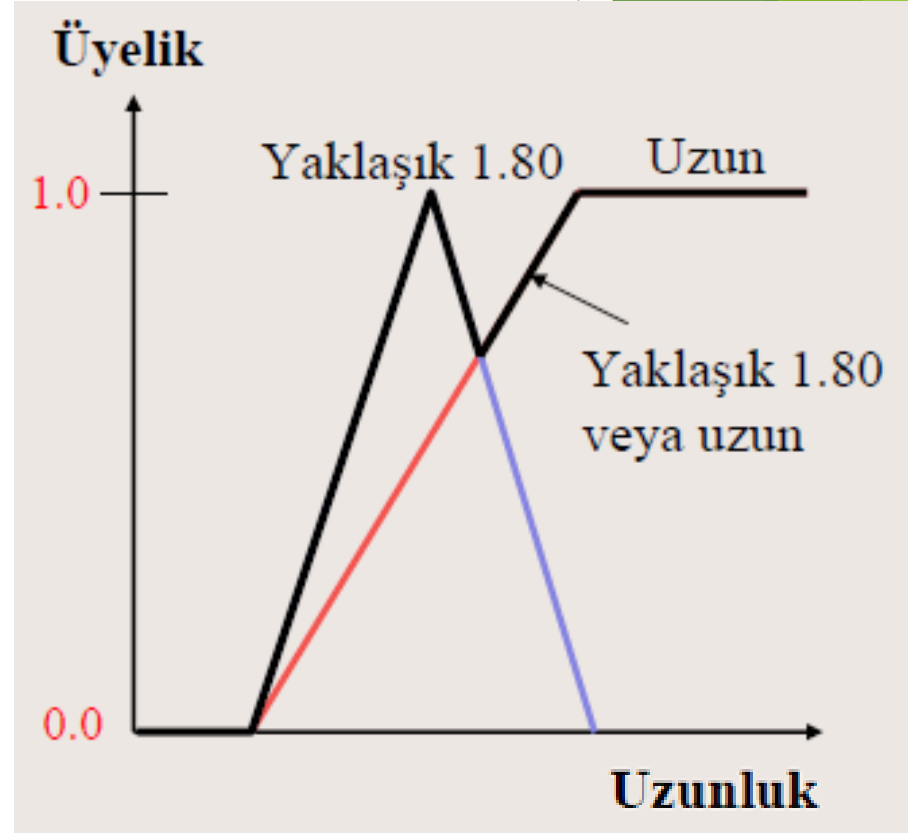
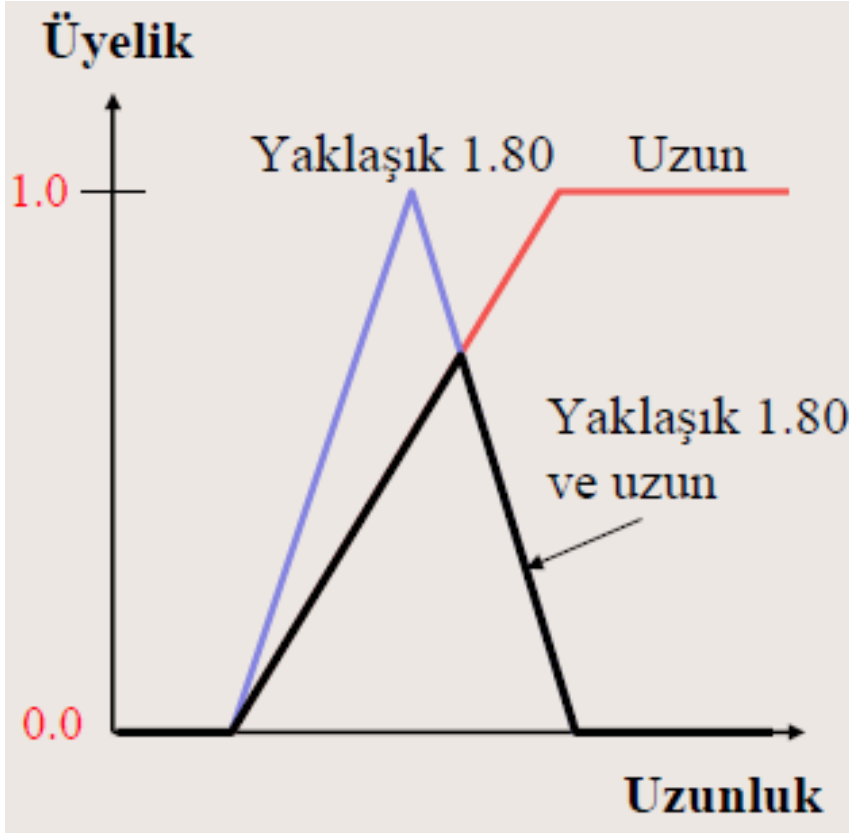


- ▶ Maxima metodlarında şeklin tepe değerini aldığı başlangıç ve bitiş noktaları kullanılır. Dolayısıyla şekle baktığımızda;
- ▶ **First of Maxima, $x=4$**
- ▶ **Last of Maxima, $x=8$**
- ▶ **Mean of Maxima, $x=(4+8)/2=6$**
olarak bulunur.

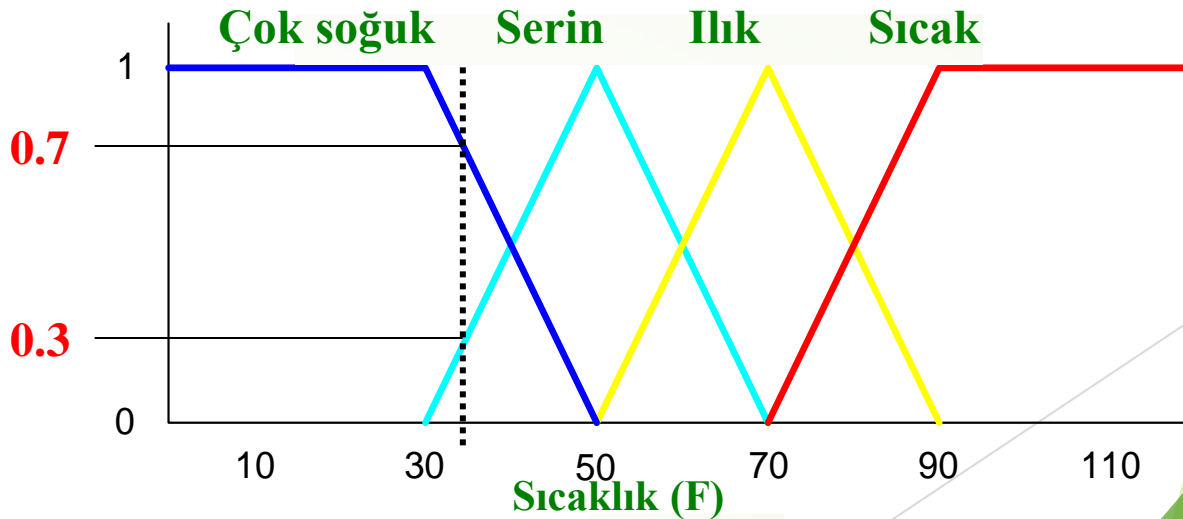
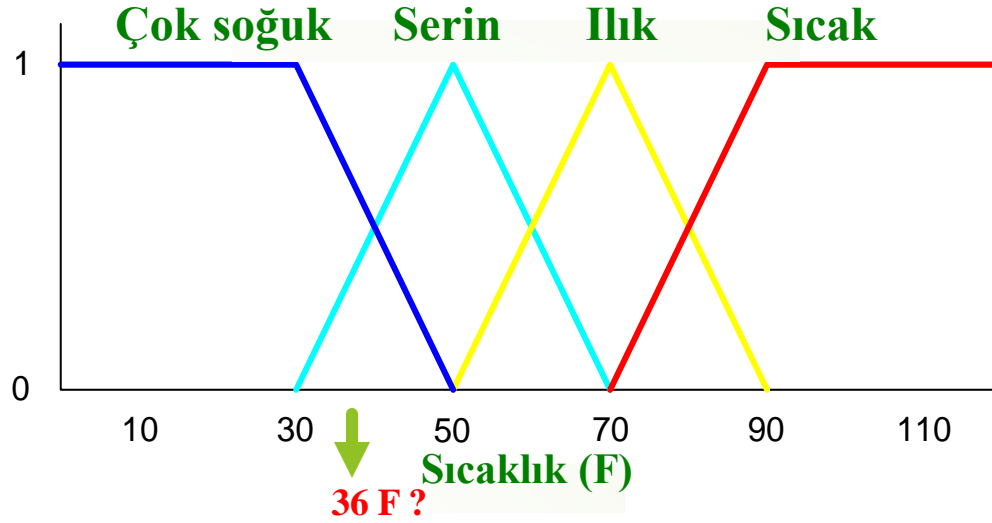
Bulanık kurallar (ve/veya)

VE

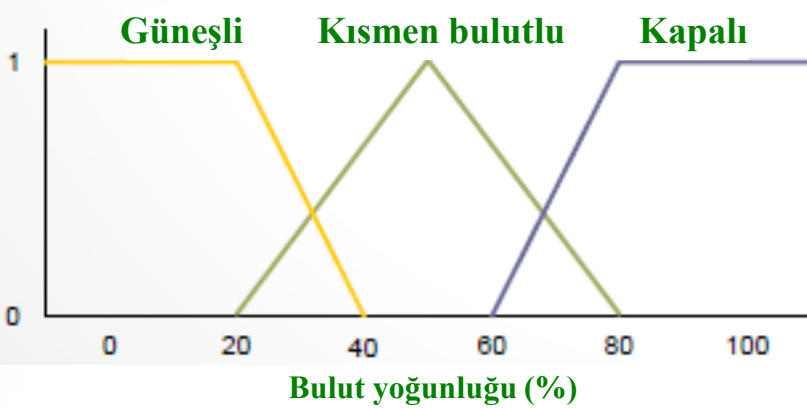
VEYA



Hava Sıcaklığı

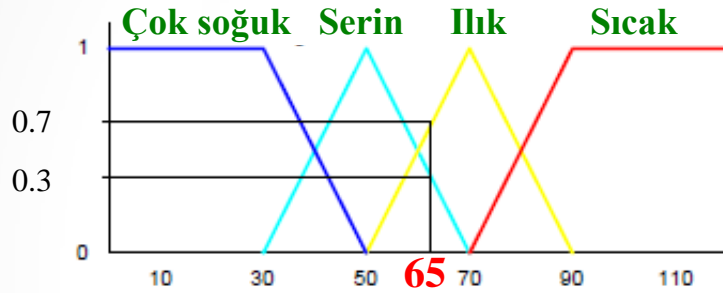


Hız Örneği



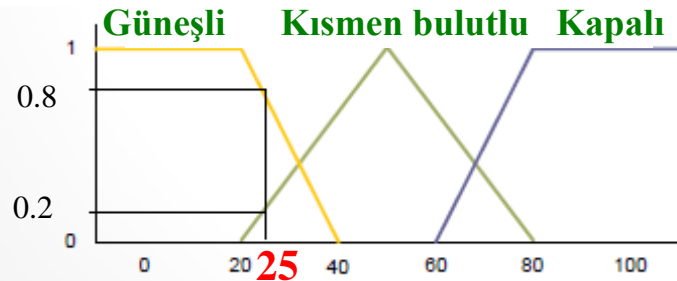
**Sıcaklık 65F ve hava %25 bulutlu ise
hızımız ne olmalı?**

Hız Örneği



Güneşli & Ilık
 $0.8 \wedge 0.7 = 0.7$
Hızlı = 0.7

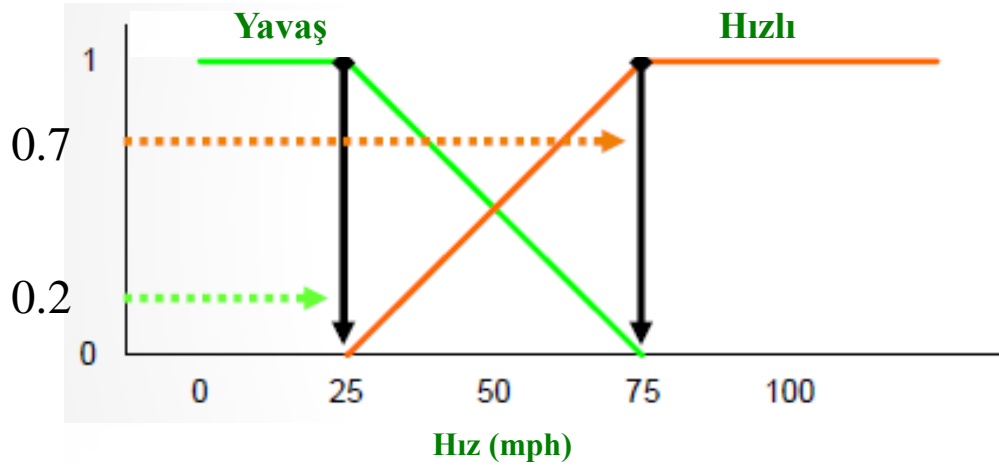
Kısmen bulutlu & Serin
 $0.2 \wedge 0.3 = 0.2$
Yavaş = 0.2



Eğer hava ılık ve güneşli ise hızlı sür
Eğer hava serin ve kısmen bulutlu ise yavaş sür ve kombinasyonları...

**KURAL
TABANI**

Hız Örneği



Durulaştırma metotları

- Ortalama maksimum
- *İlk maksimum*
- Son maksimum
- Ağırlık merkezi

$$\text{Hız} = (0.2 * 25 + 0.7 * 75) / (0.2 + 0.7) = 63.8 \text{ mph}$$

Bulanık mantık hangi durumlarda kullanılmaz ?

- ▶ Uzmanlar sistemi tam olarak anlayamadığında,
- ▶ Farklı uzmanların görüş ayrılığına düştüğü durumlarda,
- ▶ Bilgi dilsel değişkenlerle ifade edilemediğinde,
- ▶ Objektif analizlerin yapılamadığı karmaşık içgüdüsel durumlarda...

MATLAB Uygulamaları

► MATLAB Uygulaması - Sipariş Puanlama

Örneğin verdiğimiz yemek siparişinde yemeğin lezzeti ve siparişin gelme hızına göre puan veren bir fuzzy tasarlayalım. Öncelikle kurallarımızı belirlememiz gerekir. Aşağıdaki tabloda da belirtildiği üzere lezzeti ve hızı 3 bareme ayıralım. En düşük puanımız 1 ve en yüksekimiz 5 olsun.

Uygulama



Yemek Kalitesi	Hız		
	Yavaş	Orta	Hız
Kötü	1	2	3
Orta	2	3	4
İyi	3	4	5

Uygulama

Koşullarımız belli olduğuna göre MATLAB uygulamasında Fuzzy modülüne geçebiliriz. Bunun için komut satırında fuzzy komutu kullanmak yeterli olacaktır.

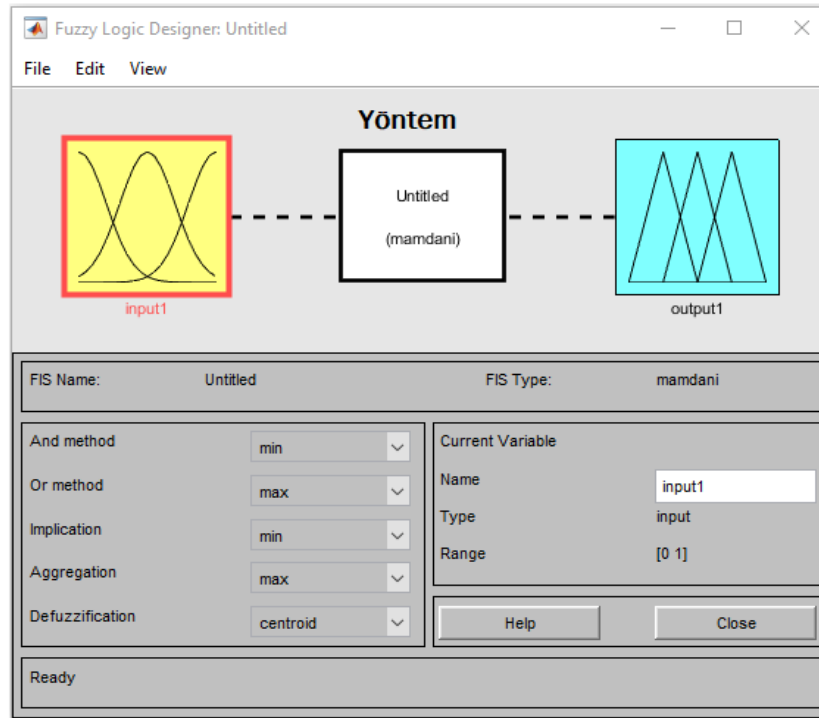
Command Window

```
fuzzy
```

Yine Matlab uygulamasının App kısmında Fuzzy Logic Designer'ı seçerek te açabiliriz.

Uygulama

- Karşımıza şöyle bir ekran gelecektir.



Berraklaştırma yöntemi —

İsim

Uygulama

- Pencereden Edit menüsünün altından Add Variable - input kısmına tıklayarak 2. girişimizi ekliyelim.
- Yukarıdaki resimde isim yazan kısım için her bir pencereye isim verelim. Biz Hız, Lezzet ve Yıldız isimlerini kullanacağız.
- Üstteki input 1 isimli sarı kısma çift tıklayarak membership function editör penceresini açalım.
- Karşımıza her bir input için 3 adet membership function gelecektir. İstersek Edit menüsü altında bulunan Add MF's kısmından ekleme yapabiliriz.
- Buradan FIS variablelara tıklayarak değişiklikler yapacağız.
- Hız'a tıklayıp aşağıdan range ve display range kısımlarını [0 30] yapıyoruz. Bu hız değişkenimiz olacak.

Uygulama

«Membership function plots» kısmından değişkenlerimizi sağa sola kaydırarak düzenleyebiliriz. Üstlerine tek tek tıklayıp isim ve aralık parametrelerini girebiliriz.

Aynı işlemleri diğer «FIS Variables» kısımlarına da uygulayalım. Yalnız Yıldız için 5 değişken oluşturalım.

Lezzet ve Yıldız için aralığımız [0 100] olsun.

Burada her bir değişkenin parametrelerini ayarlarken Type kısmından üçgen, trapez, sinüsoidal vs gibi seçimler yapabiliriz.

Yaptığımız işlemlerin sonuçlarını resimlerde görebilirsiniz.

Uygulama

Fuzzy Logic Designer: Yildizlama

File Edit View

FIS Name: Yildizlama FIS Type: mamdani

And method: min
Or method: max
Implication: min
Aggregation: max
Defuzzification: centroid

Current Variable: Lezzet
Type: input
Range: [0 100]

Help Close

Renaming input variable 2 to "Lezzet"

Membership Function Editor: Yildizlama

File Edit View

Membership function plots plot points: 181

FIS Variables: Hiz, Yildiz, Lezzet

Current Variable: Hiz
Name: Hiz
Type: input
Range: [0 30]
Display Range: [0 30]

Current Membership Function (click on MF to select):
Name: H
Type: trapmf
Params: [0 0.6.151 10.8]

Help Close

Ready

Membership Function Editor: Yildizlama

File Edit View

Membership function plots plot points: 181

FIS Variables: Hiz, Yildiz, Lezzet

Current Variable: Lezzet
Name: Lezzet
Type: input
Range: [0 100]
Display Range: [0 100]

Current Membership Function (click on MF to select):
Name: K
Type: trimf
Params: [0 25 65]

Help Close

Ready

Membership Function Editor: Yildizlama

File Edit View

Membership function plots plot points: 181

FIS Variables: Hiz, Yildiz, Lezzet

Current Variable: Yildiz
Name: Yildiz
Type: output
Range: [0 5]
Display Range: [0 5]

Current Membership Function (click on MF to select):
Name: 1
Type: trapmf
Params: [0 0 1 1.5]

Help Close

Opening Fuzzy Logic Designer for new Mamdani system

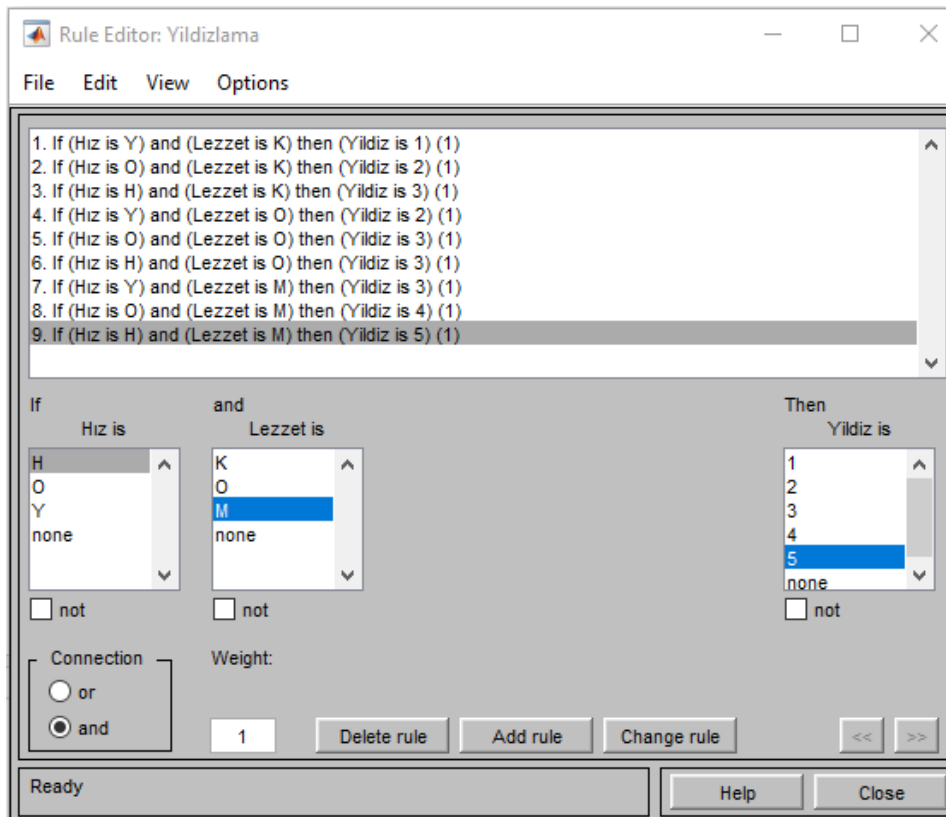
Uygulama

-Şimdi sıra kuralları belirlemeye geldi. Bunun için «Fuzzy Logic Designer» penceresinde bulunan Edit menüsü altından Rules kısmına girelim.

-Burada aşağıda Hız is ve Lezzet is pencerelerinde verdiğimiz harflendirmeler olacaktır. Buradan ilk olarak Y sonra yan taraftan K ve son olarakta en sağda bulunan Yıldız is penceresinden 1 i seçip aşağıdan Add rule tıklayalım.

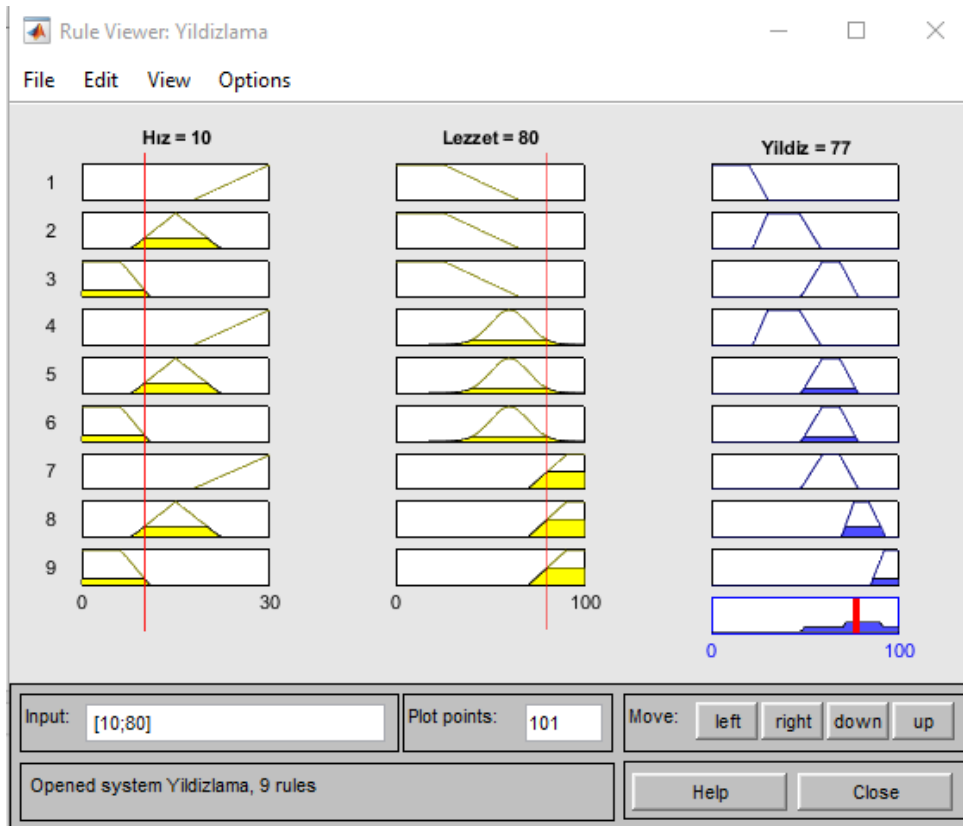
-Üste ilk kuralımızın geldiğini göreceksiniz. Sırasıyla tüm kurallarımızı girdiğimizde penceremiz şu şekilde olacaktır.

Uygulama



- Her Őeyi tamamladığımızda Fuzzy'miz hazır hale geldi.
- Şimdi «Fuzzy Logic Designer» penceresinde bulunan View menüsünden Rules kısmına girip çeşitli deđiŐkenler altında uygulamanın kaç puan vereceğini görebiliriz.
- Örneğin input kısmına 10dk ve 80 lezzet puanı girersek [10;80], Yıldızımız 77 yani yaklaŐık 4 yıldız olacaktır.
- Yine pencerelerde bulunan kırmızı çizgileri sağa sola kaydırarak çeşitli puanlamaları yapabiliriz.

Uygulama



Uygulama

-Yaptığımız uygulamayı File menüsü altından Export - to file ile kaydedebiliriz.

Bu aşamadan sonra sadece komut satırına;

```
Command Window
>> fis = readfis('yildizlama');
output = evalfis(fis,[10 80])

output =

    77.0116
```

Girdiğimizde sonucumuz direk olarak ekrana gelir.

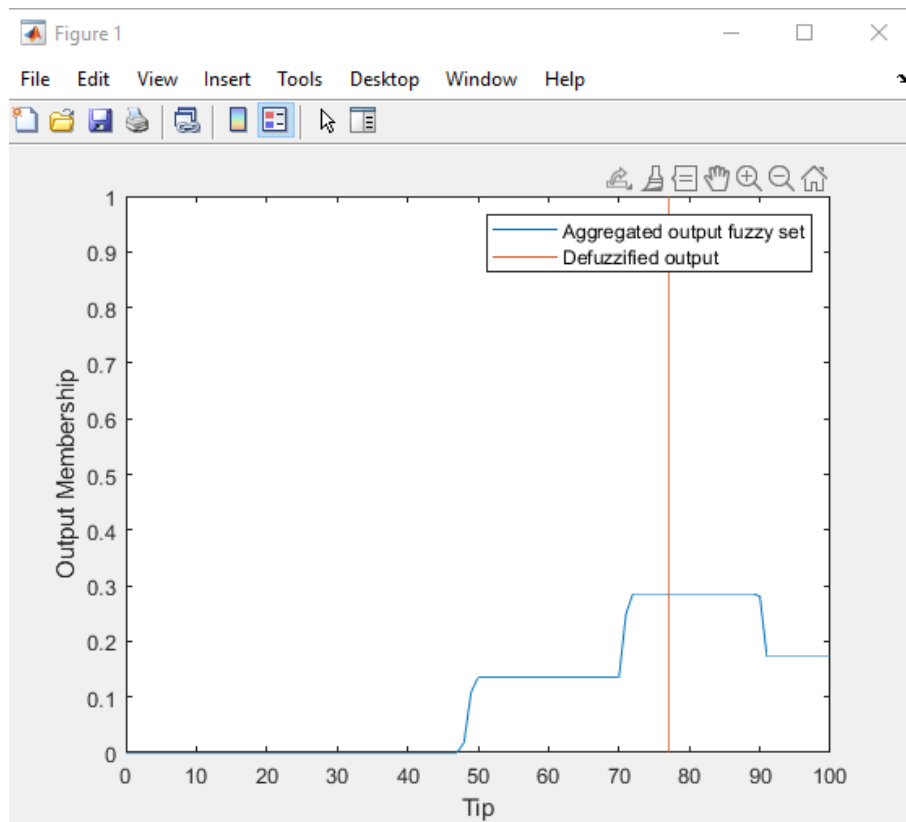
Uygulama

-Yine komut satırına;

```
fis = readfis('yildizlama');  
[output, fuzzifiedIn, ruleOut, aggregatedOut] = evalfis(fis, [10 80]);  
outputRange =  
linspace(fis.output.range(1), fis.output.range(2), length(aggregatedOut))';  
plot(outputRange, aggregatedOut, [output output], [0 1])  
xlabel('Tip')  
ylabel('Output Membership')  
legend('Aggregated output fuzzy set', 'Defuzzified output')
```

komutu girersek karşımıza şu fuzzy ekranı gelecektir.

Uygulama



Kaynaklar

www.tektasi.net

<https://www.mathworks.com/help/fuzzy>

Mühendislikte Yapay Zeka ve Uygulamaları, 1. Baskı, Ekim 2017, SAKARYA ISBN, 978-605-4735-98-3 Sakarya Üniversitesi Yayınları No: 184

Çeşitli anonim internet kaynakları.