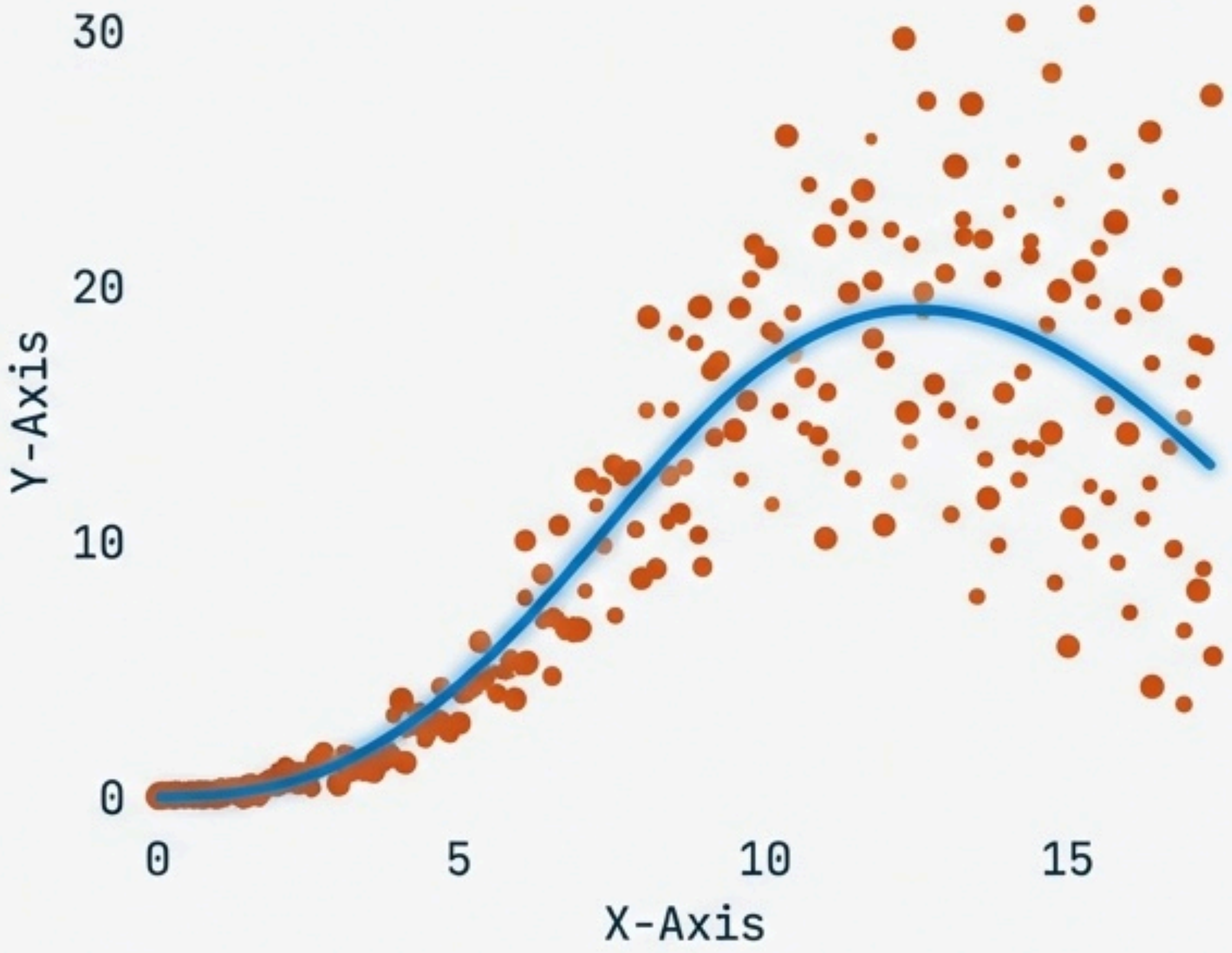
MATLAB ile Eğri Uydurma (Curve Fitting)

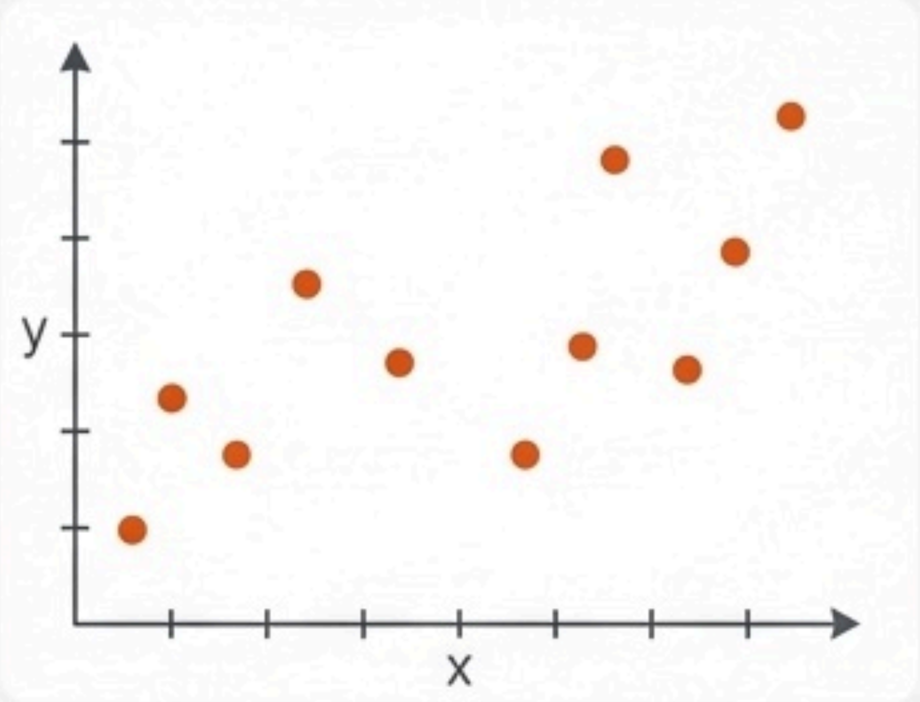
Veriden Fonksiyona Giden Yol ve En İyi Modeli Bulma



Eğri Uydurma Nedir?

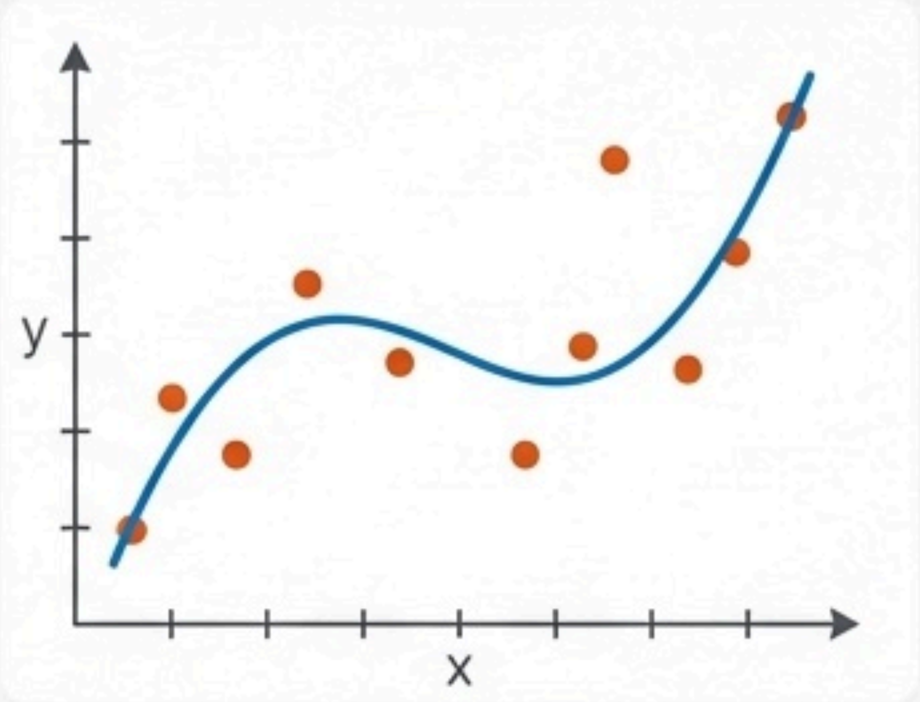
Problem

Deneysel çalışmalar sonucu elde edilen veriler genellikle kesikli ve ve noktasal değerlerdir $((x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n))$. Bu veriler arasında sürekli bir fonksiyon tanımı yoktur.



Amaç

$f(x_j) \approx y_j$ olacak şekilde sürekli bir $f(x)$ fonksiyonu bulmaktır.



Fayda

Bu işlem, nokta nokta verilen değerlerden yola çıkarak fonksiyona en yakın matematiksel modeli belirler. Pratikte kullanımı zor olan karmaşık yapıların yerine geçerek hesaplamalarda kolaylık sağlar.

Başlangıç: Veri Girişi

İşleme başlamak için elimizde x_j ve y_j verilerinin olması gerekir. Bu vektörler MATLAB ‘**Command Window**’ üzerinden tanımlanır.

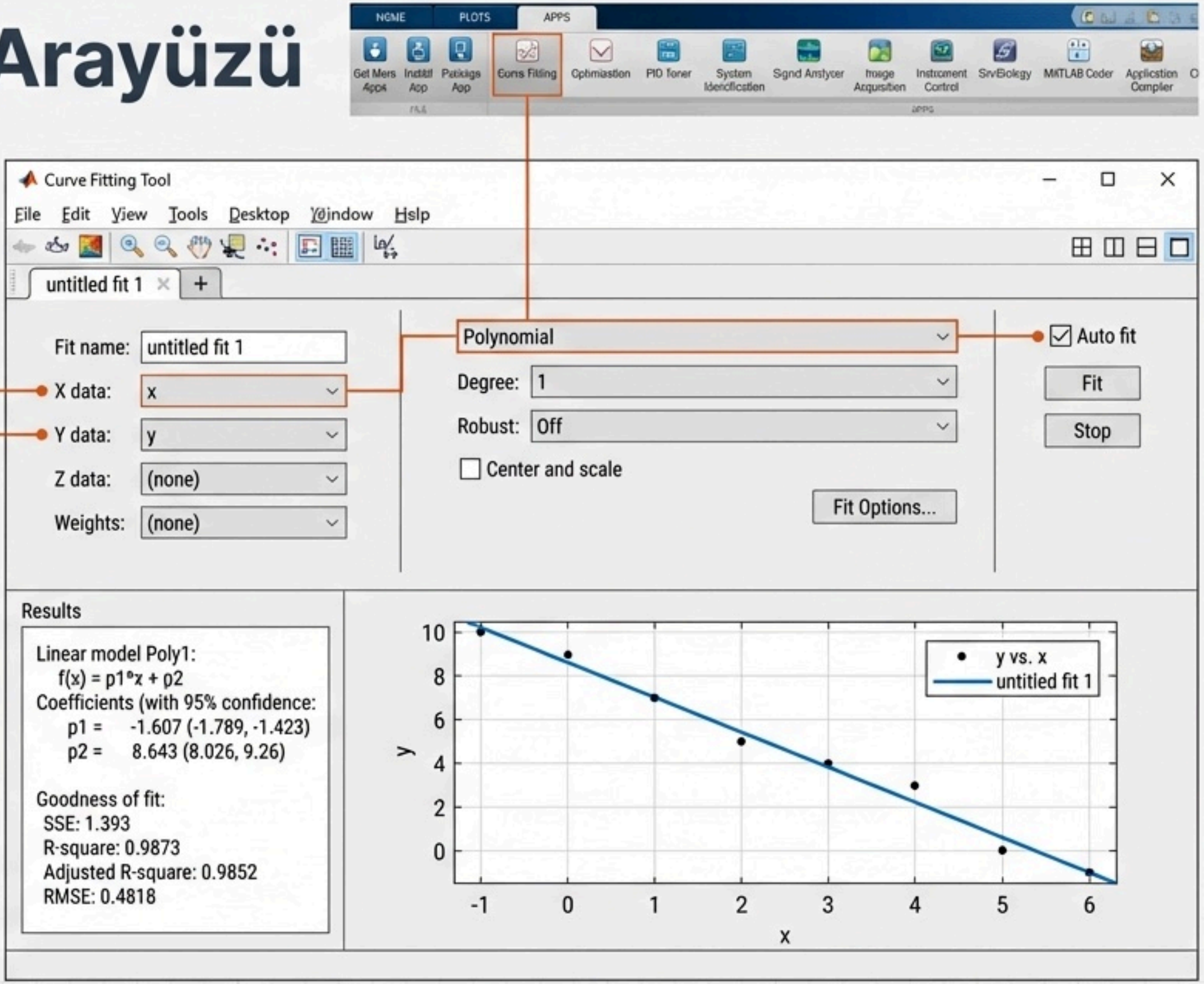
```
>> x=[-3 -2 -1 2 3 5 4 6]
x =

   -3   -2   -1    2    3    5    4    6

>> y=[10 5 1 5 4 0 3 -1]
y =

   10    5    1    5    4    0    3   -1
```

Curve Fitting Tool Arayüzü

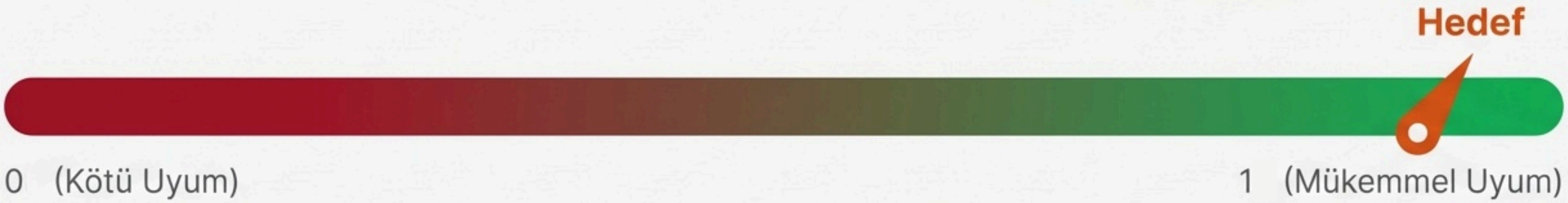
Erişim:
Veriler girilldikten sonra APPS menüsünden ‘Curve Fitting’ uygulaması başlatılır.

Arayüz Ayarları:

- **X Data / Y Data:** Çalışma alanındaki vektörler buradan seçilir.
- **Fit Name:** Çalışmaya isim verilir.
- **Model Tipi:** Varsayılan olarak ‘Polynomial’ gelir.
- **Auto Fit:** Grafiğin anlık olarak güncellenmesini sağlar.



Başarının Ölçütü: R^2 (R-Square)



Goodness of Fit

Bir modelin veriyi ne kadar iyi temsil ettiğini gösteren istatistiksel sonuçlardır. (Uyum İyiliği)

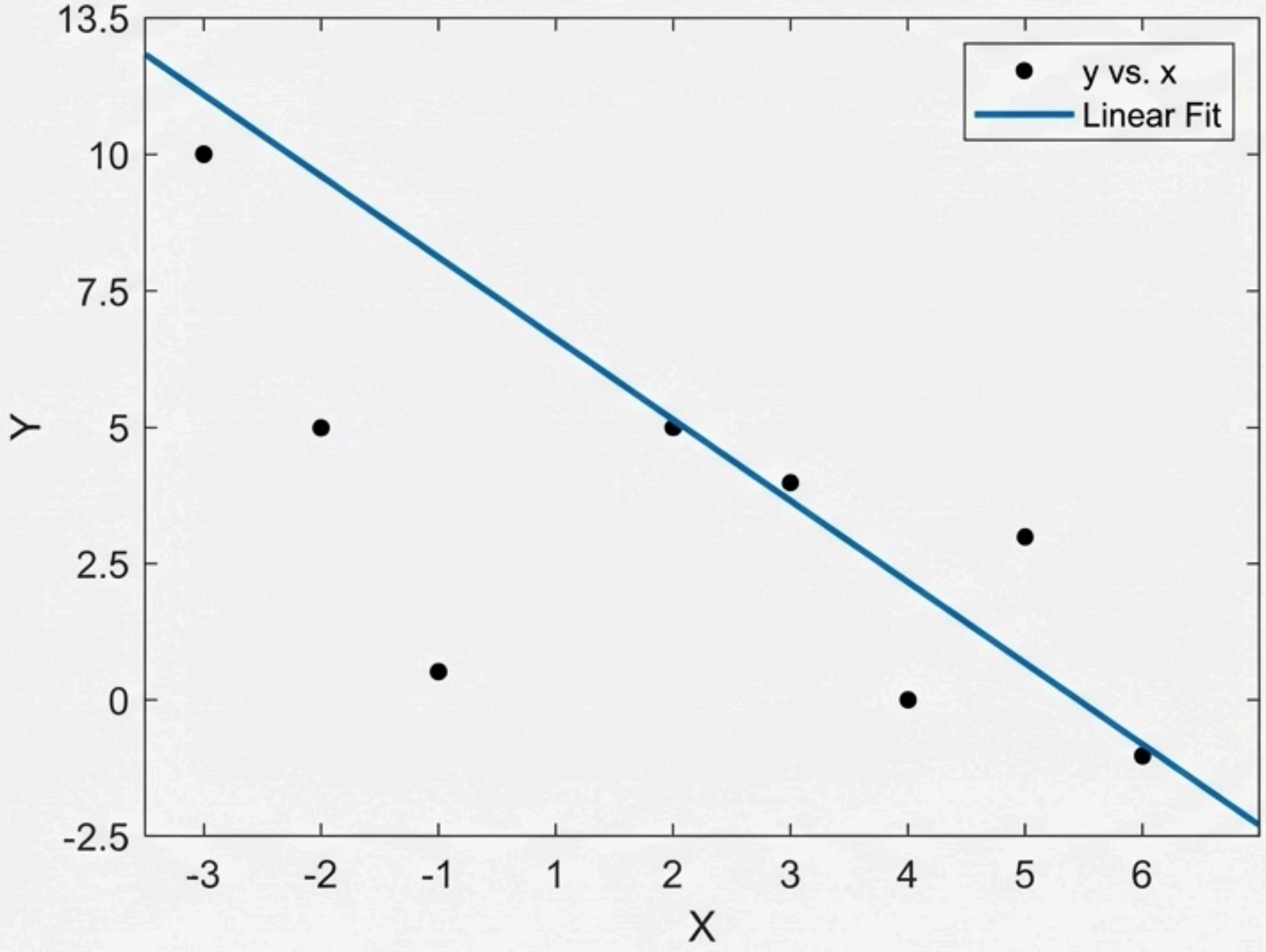
Altın Kural

R^2 değeri her zaman 0 ile 1 arasında değişir.

Yorumlama

$R^2 \approx 0 \rightarrow$ Model başarısız.
$R^2 \approx 1 \rightarrow$ Model başarılı.
Amacımız 1'e en yakın değeri yakalamaktır.

Vaka 1: Doğrusal Uyum (Linear Fit)



Model:

`f(x) = p1*x + p2`

(Polynomial - Degree 1)

Katsayılar:

`p1 = -1.607`

`p2 = 8.643`

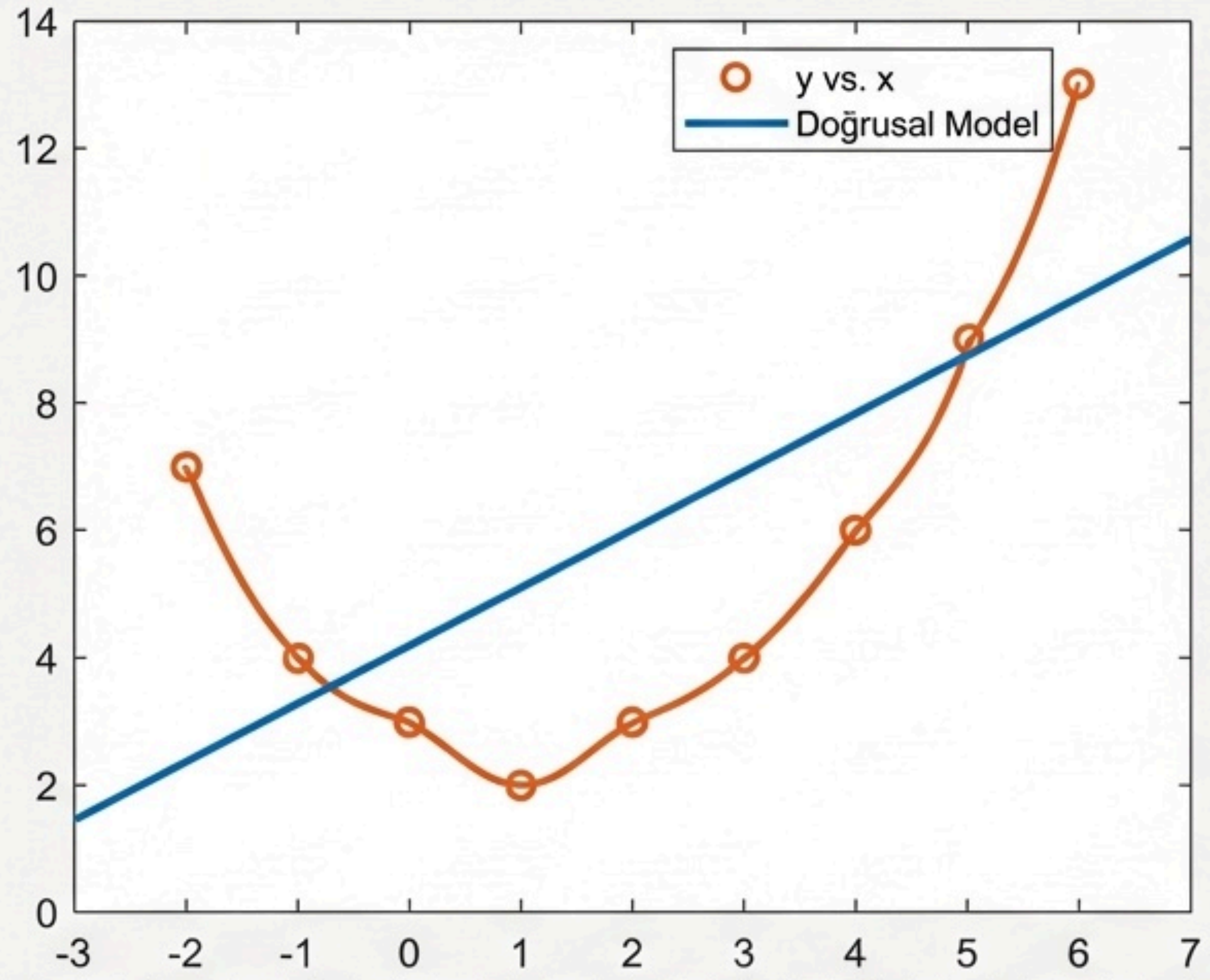
Başarı Metriği:

$R^2 = 0.9873$

Sonuç 1'e çok yakındır, bu model veriler için uygundur.

Vaka 2: Doğrusal Yöntemin Sınırları

Yeni veri seti: Parabolik dağılım



Model:
Polynomial - Degree: 1 (Doğrusal)

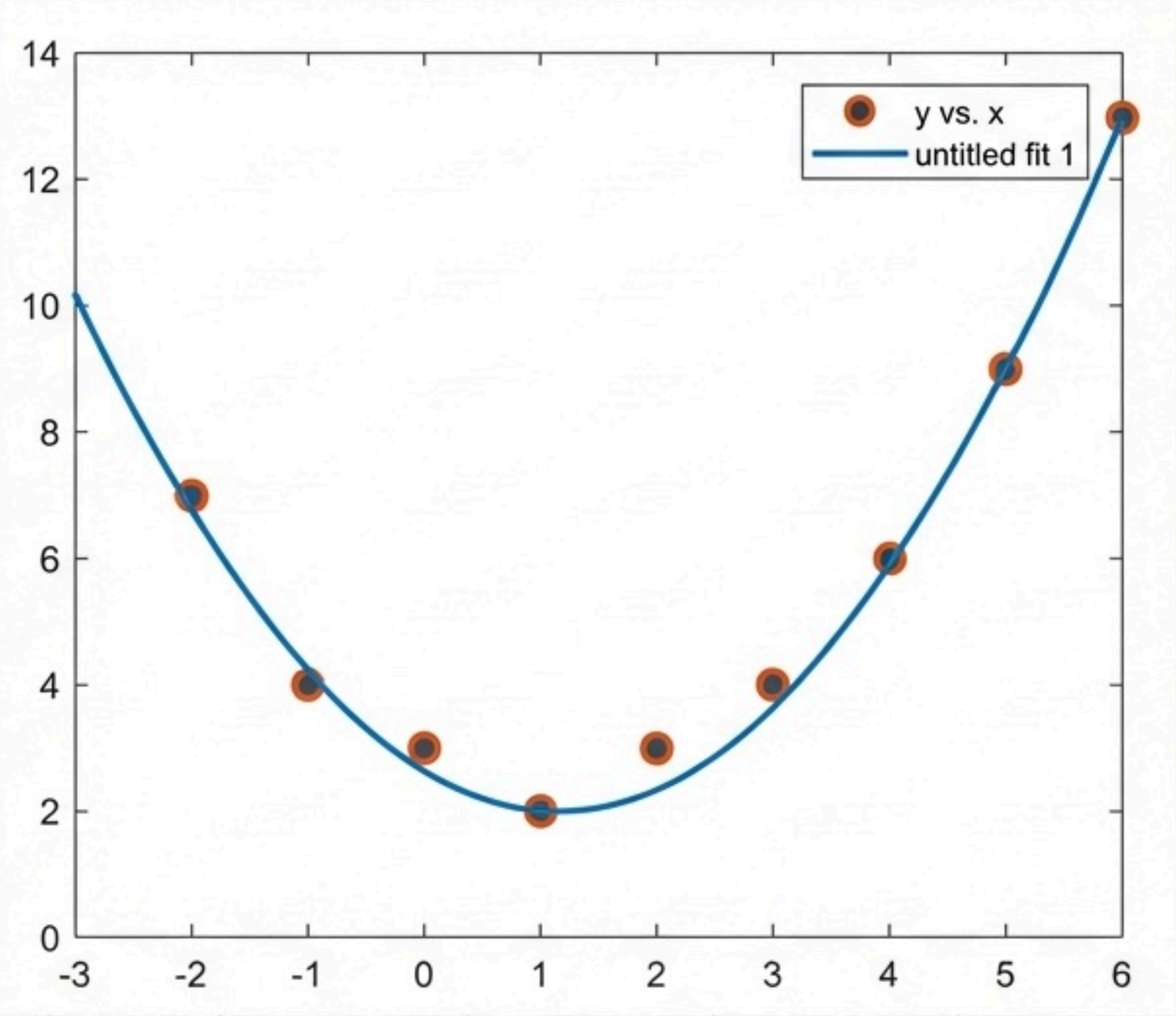
Görsel Analiz:
Veri noktaları bir yay çizerken, model düz bir çizgi olarak kalmıştır. Uyumsuzluk görsel olarak nettir.

Sonuç:

$$R^2 = 0.3682$$

1'den çok uzak. Model yetersiz.

Çözüm: Polinom Derecesini Yükseltmek



İşlem:

Degree ayarı **2** olarak değiştirilir (İkinci derece denklem / Parabol).

Model:

$f(x)$ = p1*x^2 + p2*x + p3

Katsayılar:

p1 = 0.4513
p2 = -1.022
p3 = 2.897

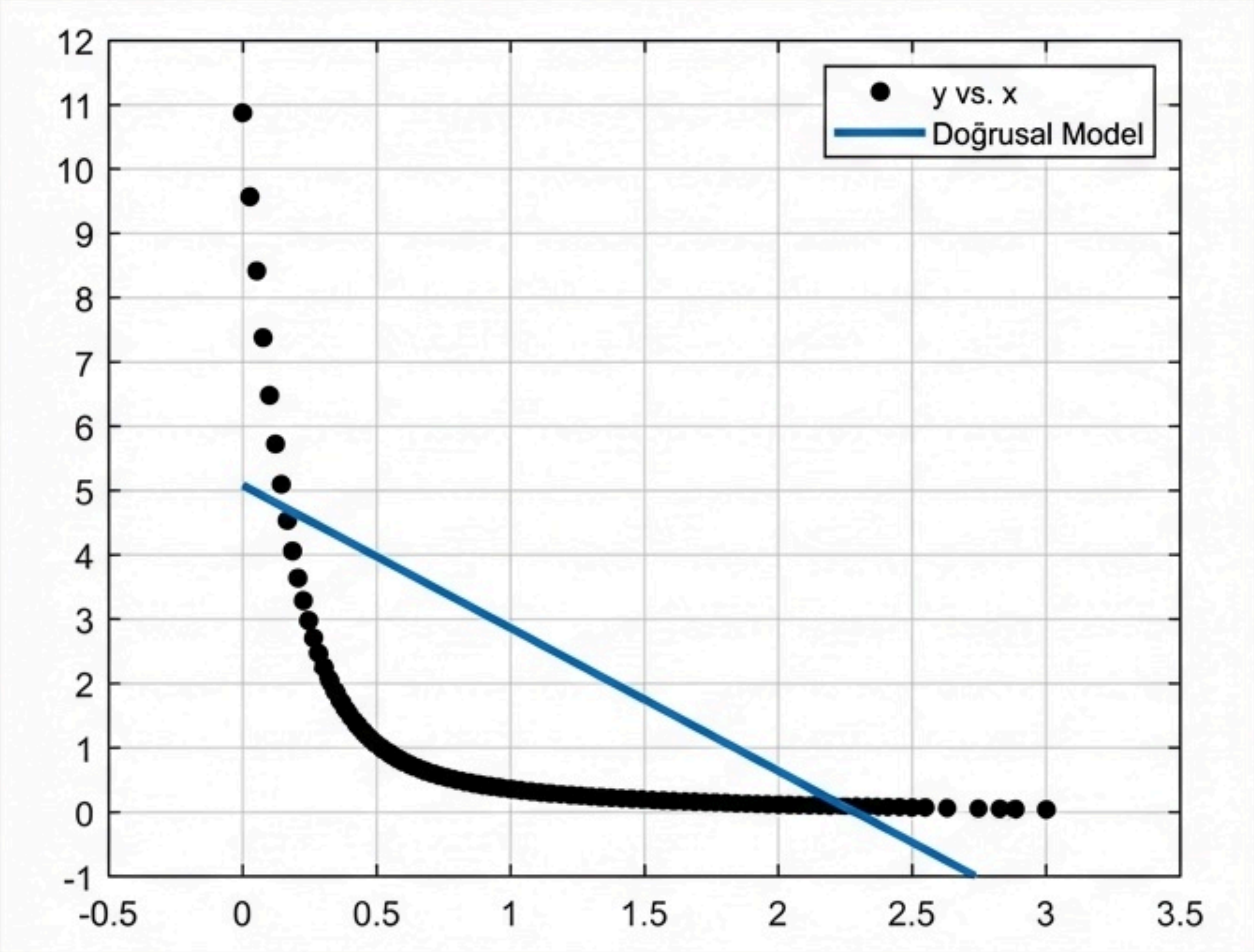
Başarı Metriği:

$R^2 = 0.9955$

Derece artırıldığında mükemmel uyum sağlanmıştır.

Vaka 3: Zorlu Veri Yapısı

Hızla azalan (decay) veri seti



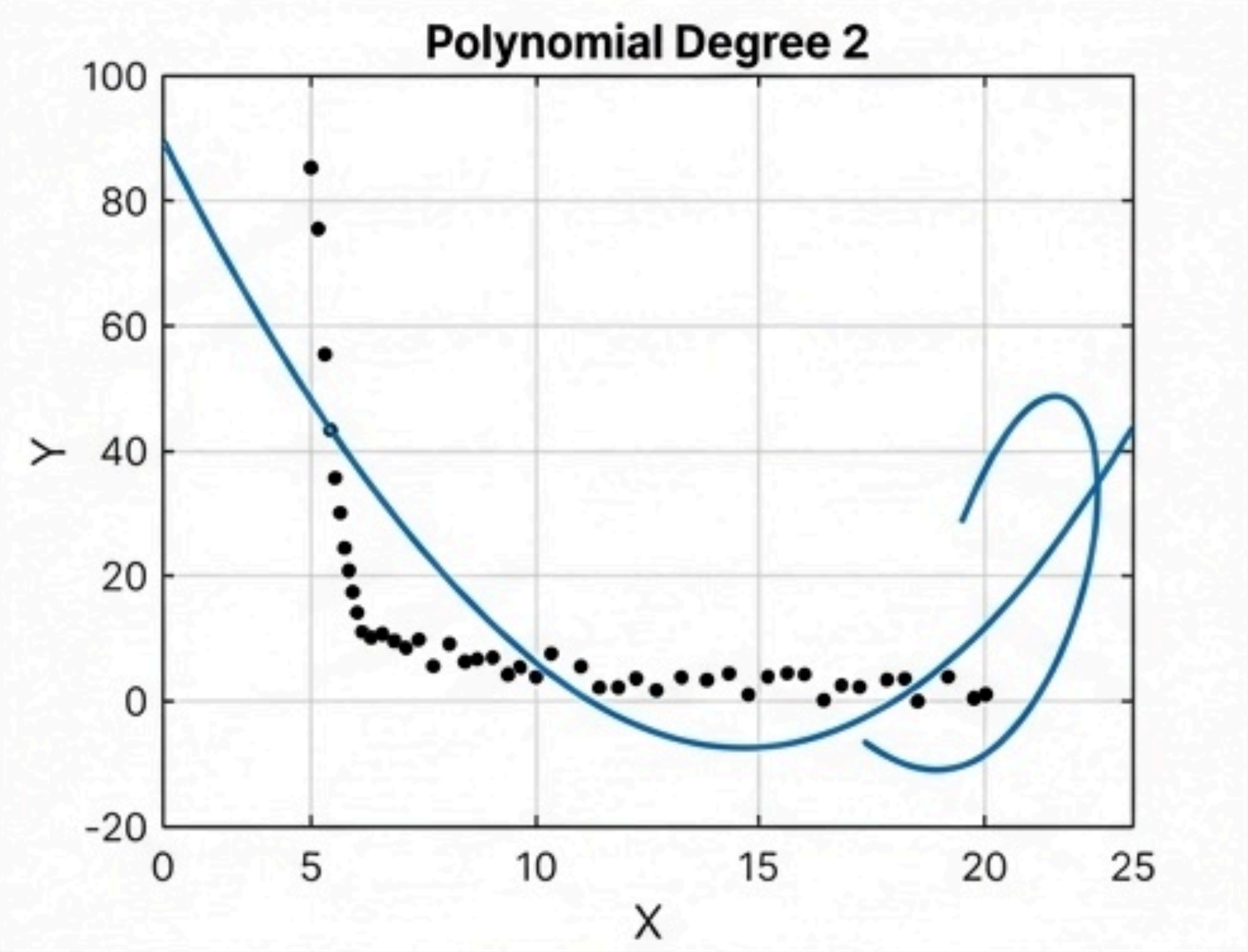
Senaryo:
Veri 10.9'dan başlayıp hızla 0'a inmektedir. Hassas bir yapıdır.

Deneme:
`Polynomial - Degree 1`

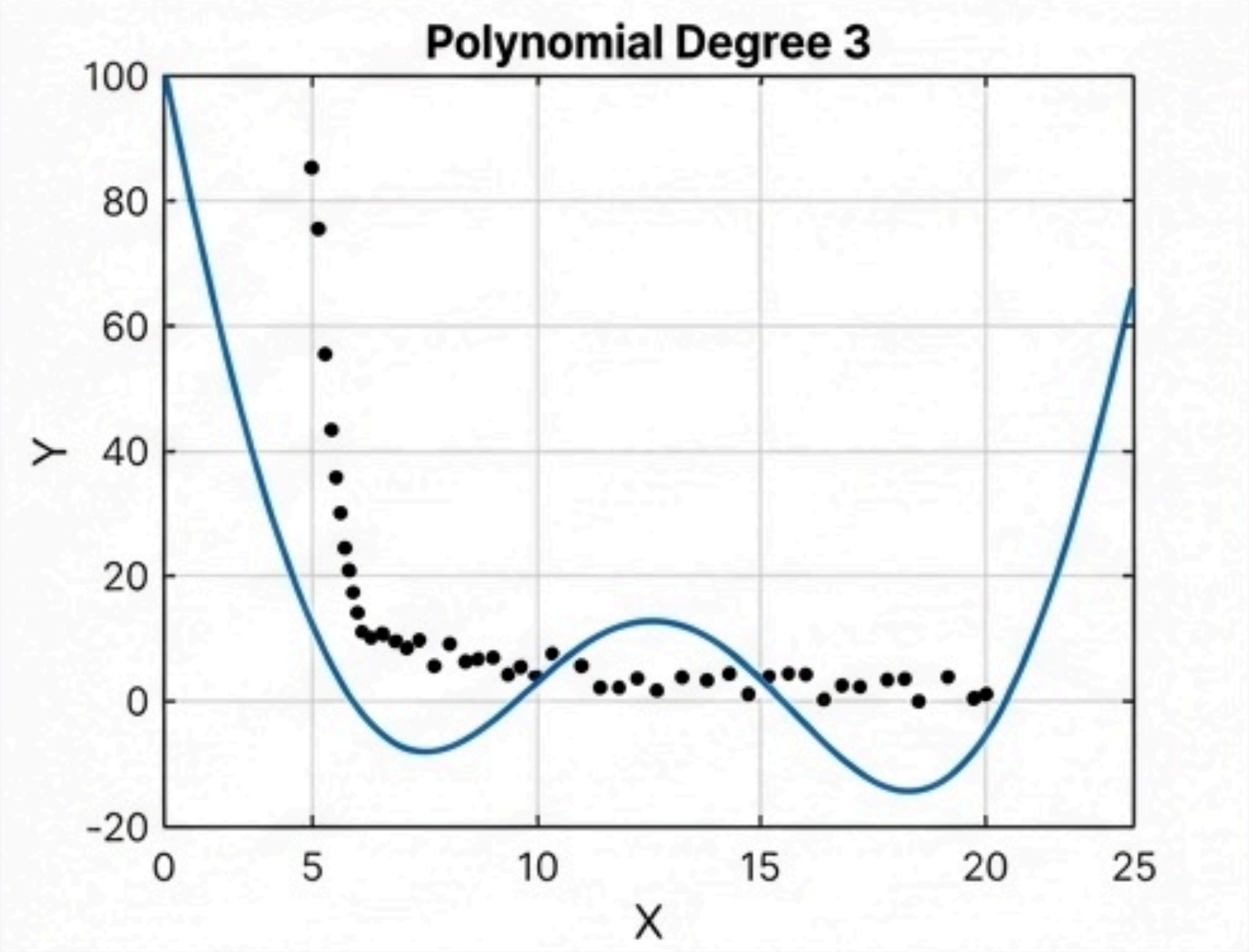
Sonuç:
$R^2 = 0.399$

Grafik, verinin eğimli yapısını tamamen ıskalamaktadır.

Neden Sadece Dereceyi Artırmıyoruz?



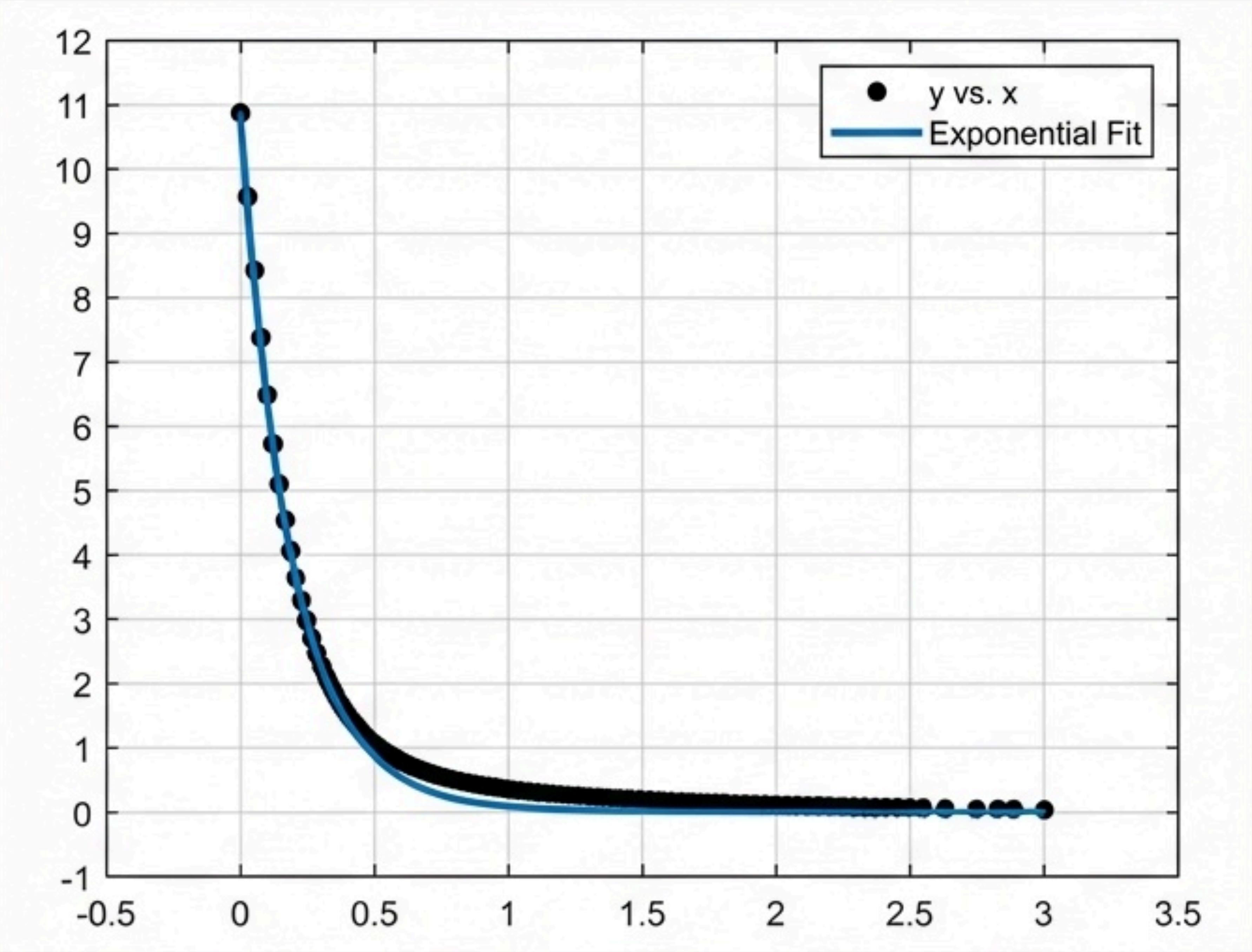
R^2 = 0.5539 (Yetersiz)



R^2 = 0.6398 (Hala düşük ve dalgalı)

Polinom derecesini yükseltmek her zaman çözüm değildir. Burada eğriler veriyi takip etmeye çalışırken gereksiz salınımlar (oscillation) yapmaktadır. Verinin doğası Polinom değil, Üsteldir.

Strateji Değişikliği: Üstel (Exponential) Metot



Ayar Değişikliği:
Model Tipi: **Exponential**
Number of terms: **1**

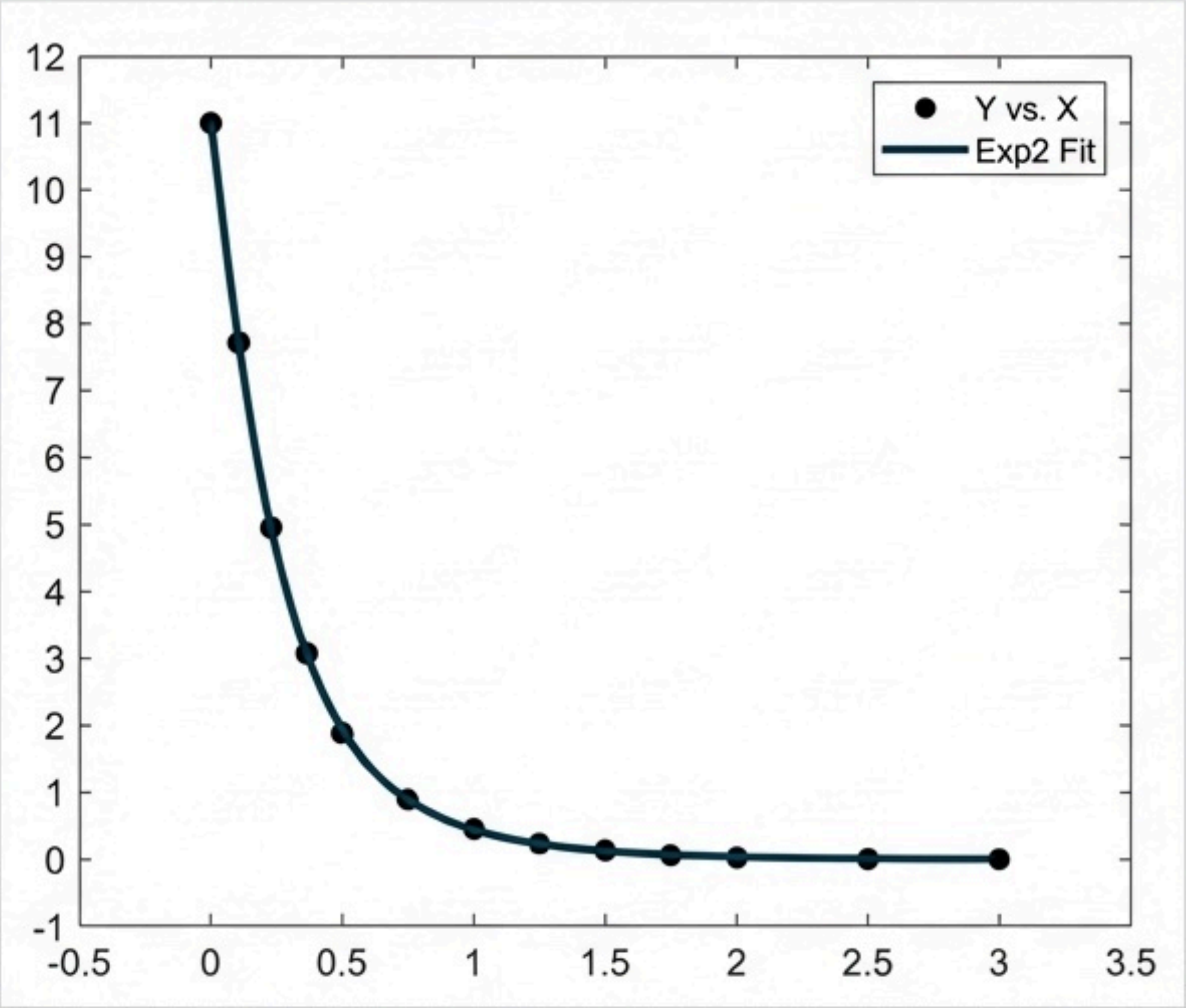
Model:
`f(x) = a*exp(b*x)`

Katsayılar:
$a = 7.888$, $b = -47.59$

Sonuç:
$R^2 = 0.869$

Fena değil (%87), eğri verinin karakterine uygun. Ancak daha iyisi mümkün.

Mükemmelliğe Ulaşmak (Refining the Fit)



İyileştirme: Terim sayısı (Number of terms) 2'ye çıkarılır.

Model:

$f(x)$ = a*exp(b*x) + c*exp(d*x)

Katsayılar:

a=5.134, b=-1526
c=4.698, d=-10.11

Final Sonuç:

$R^2 = 0.981$

Mükemmel uyum yakalandı. Doğru metot ve doğru terim sayısı ile en karmaşık veriler bile modellenebilir.

MATLAB'in Geniş Araç Çantası

Verinin doğasına göre seçilebilecek diğer modeller

Fourier

Periyodik/trigonometrik veriler için.

$a_0 + a_1*cos(xw) + b_1*sin(xw)$

Gaussian

Tepe noktaları (peak) içeren veriler için.

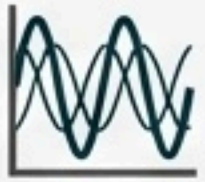
Power

Güç serisi verileri.

$f(x) = a*x^b$

Smoothing Spline

Eğriyi yumuşatmak için.



Sum of Sine

Sinüs dalgaları toplamı.

$a*sin(bx+c)$

Weibull

İstatistiksel yaşam ömrü dağılımları için.

Özet ve En İyi Uygulamalar

- **Görsel Kontrol:** Grafik noktaların üzerinden geçiyor mu? Gözle kontrol ilk adımdır.
- **Metrik Kontrolü:** R^2 değeri 1'e yakın mı? Bu en önemli sayısal kriterdir.
- **Model Seçimi:** Veri parabolikse Polinom, üstel azalıyorsa Exponential kullanın. Verinin şekli modeli belirler.
- **Sadelik İlkesi:** Polinom derecesini veya terim sayısını gereksiz yere artırmayın. En basit ve en iyi uyan modeli seçin.

Berke Özbey
2111502004